УДК 532.529

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЦ И ГАЗА В УСТРОЙСТВАХ С КИПЯЩИМ И ЦИРКУЛИРУЮЩИМ КИПЯЩИМ СЛОЕМ

Проханов С.А, Старченко А.В.

Томский государственный университет, г. Томск

Циркулирующий кипящий слой (ЦКС) – это специальным образом организованная форма движения твердых частиц, когда дисперсная фаза, уносимая из аппарата (рис. 1), улавливается пылеуловителями и возвращается обратно в основную камеру устройства. В обычном кипящем слое (КС) в отличие от ЦКС частицы, активно перемещаясь в объеме и взаимодействуя между собой, не покидают нижнюю часть аппарата.



Рис. 1. Схема установки с ЦКС. 1 – подъемная рабочая колонна; 2 – клапан; 3 – опускная колонна; 4 – циклоны; 5 – стояк возврата уноса. Стрелками отмечены направления движения смеси газ-частицы.

Такое состояние псевдоожиженного слоя осуществляется при скоростях подаваемого снизу через газораспределительную решетку газа, значения которых близки к скорости витания частиц, что позволяет существенно увеличить время пребывания дисперсной фазы в области ее технологической обработки. Характерной особенностью функционирования аппаратов с КС или ЦКС является неравномерное распределение концентрации твердого материала по высоте подъемной колонны [1]:

– повышенное содержание частиц в нижней части установки. В этой области значения объемной концентрации частиц могут достигать значений 0,2 – 0,4 и существенными становятся эффекты взаимодействия частиц между собой, обусловленные их соударением, а также внутренняя нестационарная циркуляция дисперсного материала;

 – низкие концентрации твердого материала в верхней части аппарата, соответствующие движению двухфазной среды в режиме газовзвеси;

– промежуточные значения объемного содержания частиц в срединной части подъемной колонны. Поведение дисперсного материала в этой области характеризуется наличием пристенных зон опускного движения, интенсивность которого уменьшается с высотой, а также нестационарными флуктуациями скорости, давления и концентрации частиц около их средних значений. Протяженность этих зон и их наличие существенным образом зависят от скорости ожижения дисперсного материала и расхода частиц [1].

Нестационарный многорежимный характер движения смеси газа и взвешенных частиц чрезвычайно обостряет проблему физического моделирования процессов в кипящем или циркулирующем кипящем слое и ограничивает область применения результатов лабораторных испытаний. Этим обусловлен интерес к математическим моделям.

В настоящее время при математическом моделировании процессов в КС и ЦКС активно применяют многомерные нестационарные уравнения теории взаимодействующих и взаимопроникающих континуумов [2,3] к изучению рассматриваемого явления. Цуо и Гидасповым [2] предложена двумерная нестационарная гидродинамическая модель циркулирующего кипящего слоя, в которой для учета диссипации энергии между твердыми частицами из-за их произвольных соударений вводится понятие вязкости дисперсной фазы. Значение этого коэффициента определяется экспериментально. Другой подход, использующий лагранжево представление движения дисперсных частиц, также находит в последнее время активное применение при моделировании кипящего и циркулирующего кипящего слоев [4]. Лагранжев подход позволяет достаточно просто моделировать полидисперсность частиц, соударение частиц между собой и со стенками аппарата. В то же время эйлеров подход описания движения дисперсной фазы более прост в реализации.

Общие уравнения движения в газовой фазе представляются на основе эйлерова способа описания, т.е. используются нестационарные пространственные уравнения баланса массы и импульса для газовой смеси.

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial (\rho U_i)}{\partial x_i} = 0; \qquad (1)$$

Уравнения движения

$$\frac{\partial \rho U_{j}}{\partial t} + \frac{\partial \rho U_{i}U_{j}}{\partial x_{i}} = -\alpha_{g} \frac{\partial p}{\partial x_{j}} + \rho g_{j} + F_{j} + \frac{\partial \partial U_{i}}{\partial x_{i}} \left[\alpha_{g} (\mu + \mu_{T}) \left(\frac{\partial U_{i}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial U_{j}}{\partial x_{i}} \right) - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left[\rho k + \alpha_{g} (\mu + \mu_{T}) \frac{\partial U_{k}}{\partial x_{k}} \right] \right]; \qquad (2)$$

$$j = 1, 2, 3$$

Здесь, U_i – компоненты вектора скорости газа; p – давление; $\rho = \rho^0 \alpha_g; \alpha_g$ – приведенная плотность и объемная доля газовой фазы; μ, μ_t – молекулярная и турбулентная вязкость газа; k – кинетическая энергия турбулентности; F_j – компоненты силы межфазного взаимодействия (газ-частицы).

В соответствии с континуальным подходом для исследования движения газа и монодисперсных частиц в установке с кипящим или циркулирующим кипящим слоем наряду с уравнениями для несущей среды (1)-(2) для монодисперсной фазы частиц рассматриваются также:

- уравнение неразрывности дисперсной фазы

$$\frac{\partial \rho_p}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_p U_{pi})}{\partial x_i} = 0; \qquad (3)$$

- уравнения движения дисперсной фазы

$$\frac{\partial \rho_{p} U_{pj}}{\partial t} + \frac{\partial \rho_{p} U_{pi} U_{pj}}{\partial x_{i}} = -\alpha_{p} \frac{\partial p}{\partial x_{j}} + \rho_{p} g_{j} - F_{j} - \frac{\partial \tau_{p}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \sigma_{p}}{\partial x_{j}} + \frac{\partial \sigma_{p}}{\partial x_{i}} + \frac{\partial \sigma_{p}}{\partial x_{i}} - \frac{2}{3} \delta_{ij} \left[\alpha_{p} (\mu_{p} + \mu_{ip}) \frac{\partial \sigma_{p}}{\partial x_{m}} \right]_{j}^{2}; \qquad (4)$$

Здесь U_{pi} – компоненты вектора скорости частиц; $\rho_p = \rho_p^0 \alpha_p, \alpha_p$ – приведенная плотность и объемная доля дисперсной фазы; $\alpha_g + \alpha_p = 1$; μ_p, ρ_p^0 – молекулярная вязкость дисперсной фазы (представляющая соударение частиц между собой), плотность материала частиц; τ_p – внутренние напряжения, возникающие в уплотненном ансамбле частиц; для их определения используется представление [4]:

Динамическое взаимодействие между фазами определяется силой аэродинамического сопротивления частиц, которая выражается следующими соотношениями:

$$F_{j} = \rho_{p} \gamma(U_{pj} - U_{j}); \ j = 1,2,3;$$
(5)

$$\gamma = \begin{cases} 150 \frac{\alpha_{p}\mu}{\rho_{p}^{0}(\alpha_{g}d)^{2}} + 1,75 \frac{\rho^{0} |\vec{W} - \vec{W}_{p}|}{\rho_{p}^{0} \alpha_{g}^{2} d_{i}}; \alpha_{g} < 0,8 \\ \frac{3c_{D} |\vec{W} - \vec{W}_{p}| \rho^{0}}{4d\rho_{p}^{0} \alpha_{g}} \alpha_{g}^{-2,65}; \alpha_{g} \ge 0,8 \end{cases};$$

$$c_{D} = \begin{cases} \frac{24}{\text{Re}_{p}} (1 + 0,15 \text{Re}_{p}^{0,687}), & \text{Re}_{p} \le 1000; \\ 0,44; & \text{Re}_{p} > 1000; \end{cases}$$

$$Re_{p} = \frac{\rho^{0} \sqrt{\sum_{j=1}^{3} (U_{pj} - U_{j})^{2}} d}{\mu} = \frac{\rho^{0} |\vec{W} - \vec{W}_{p}| d}{\mu}.$$

Здесь *d* – диаметр частиц.

Для моделирования движения частиц с использованием лагранжева подхода весь спектр частиц, находящихся в установке, разбивается на N фракций. При этом считается, что поведение каждой фракции частиц может быть охарактеризовано поведением ее представителя – пробной одиночной частицы. Т. е. свойства, которыми в настоящий момент времени обладает частица-маркер, распространяются на все частицы фракции, которую представляет частица-маркер. Для расчета параметров, характеризующих состояние частицы-маркера, используется следующая система обыкновенных дифференциальных уравнений:

Уравнения движения частицы-маркера *і*-й группы

$$\frac{dU_j^i}{dt} = \gamma_i \left(U_j - U_j^i \right) + g_j - \frac{1}{\rho_p^0} \frac{\partial p}{\partial x_j} - \frac{1}{\rho_p^0 \alpha_p} \frac{\partial \tau_p}{\partial x_j}; j = 1, 2, 3,$$
(6)

где U_{j}^{i} – компоненты скорости частиц; U_{j} – компоненты скорости газа.

Кроме того, в представленной лагранжевой модели дисперсной фазы учитываются столкновения частиц между собой. Характер динамического взаимодействия частиц со стенкой и между собой в соответствии с моделью Ванга и Мейсона [5] определяется тремя параметрами: коэффициентом восстановления нормальной компоненты скорости, коэффициентом динамического трения со скольжением и коэффициентом восстановления тангенциальной компоненты скорости. Рассматриваются бинарные столкновения сферических частиц, в результате которых изменяется не только линейная, но и угловая скорость частиц. В данной работе для учета соударения частиц используется детерминистический подход [5], при котором возможность взаимодействия пары частиц оценивается по их скорости и положении в пространстве:

$$t_{ab} = \frac{-\vec{r}_{ab}\vec{v}_{ab} - \sqrt{\left(\vec{r}_{ab}\vec{v}_{ab}\right)^2 - \vec{v}_{ab}^2\left(\vec{r}_{ab}^2 - \left(R_a + R_b\right)^2\right)}}{\vec{v}_{ab}^2},$$

Где t_{ab} – время до столкновения; где $\vec{v}_{ab} = \vec{v}_a - \vec{v}_b$, $\vec{r}_{ab} = \vec{r}_a - \vec{r}_b$ – относительная скорость и расстояние для частиц *a* и *b*, R_a , R_b – радиусы частиц.

В описанной выше математической модели необходимо определить члены в уравнениях переноса, которые представляют влияние частиц на характеристики несущей среды: F_j . В использованном лагранжевом способе моделирования аэродинамики учет обратного влияния частиц на газовую фазу выполняется следующим образом. Поскольку решение уравнений будет осуществляться численно, то в рамках метода конечного объема [6] значения искомых функций внутри каждого объема рассчитываются по следующим формулам:

$$F_{j} = \frac{1}{V} \sum_{i=1}^{N} \gamma_{i} \left(U_{j}^{i} - U_{j} \right) m_{i}, \qquad (7)$$

$$\alpha_{p} = \frac{1}{\rho_{p}^{0} V} \sum_{i=1}^{N} m_{i} \,. \tag{8}$$

Здесь N – число частиц-представителей в рассматриваемом контрольном объеме размером V; m_i – частиц в контрольном объеме V.

Задача решается численно на неравномерных шахматных сетках, сгущающихся к границам расчетной области. Дискретизация, т.е. получение конечно-разностного аналога исходных дифференциальных уравнений, осуществлялась с помощью метода конечного объема и явных разностных схем. При аппроксимации конвективных членов использовалась противопотоковая схема, а для диффузионных – центрально-разностная. Для согласования на новом слое по времени полей скорости и давления применялся SIMPLE-подобный алгоритм [6]. Сходимость вычислительного алгоритма контролировалась на каждом шаге по времени по максимальной невязке, определяемой для каждого из транспортных уравнений. Система линейных алгебраических уравнений для поправки давления решалась численно явным методом Н.И. Булеева. Также в данной работе для контроля качества получаемых результатов использовался пакет вычислительной гидродинамики (CFD) ANSYS FLUENT.

С целью апробации предлагаемая математическая модель была применена для численного предсказания картины течения в изотермическом неоднородном кипящем слое для условий эксперимента [7]. Из серии опытов, выполненных на засыпках частиц песка и магнезита различных размеров и при различных высотах неподвижного слоя, были выбраны результаты измерений, относящиеся к величине неподвижного слоя 0,01 м, образованного частицами песка ($\rho_p = 2700$ кг/м³) среднего размера 326 мкм. Ширина и глубина канала принималась равной 0,01 м, а его высота – 0,07 м. Скорость ожижения дисперсного материала составляла 0,544 м/с, что существенно выше значения минимальной скорости псевдоожижения, но меньше скорости витания таких частиц. Шаг интегрирования по временной координате зависит от характера распределения дисперсной фазы в расчетной области и составляет по порядку величину – 10^{-2} – 10^{-3} с.

Рассматривается плоскопараллельное движение смеси воздуха и монодисперсных частиц в вертикальном канале. В нижней части канала располагается пористая плита, ограничивающая движение частиц вниз. Высота канала выбрана таким образом, чтобы частицы не покидали канал. В начальный момент времени газ и частицы находятся в неподвижном состоянии и частицы образуют слой насыпки. Затем начинается подача воздуха через пористую плиту с постоянной скоростью. Воздух, проходя по каналу вверх, увлекает за собой частицы вследствие их аэродинамического сопротивления. Однако сила тяжести препятствует уносу частиц из канала и замедляет их подъемное движение. Вследствие высокой концентрации частиц в канале, важную роль начинает играть соударение частиц в канале, создавая неустойчивый характер общего движения двухфазной смеси.



Рис. 2. Распределение пористости по высоте неоднородного псевдоожиженного слоя. Сплошная кривая – расчет по смешанной эйлерово-лагранжевой модели, штриховая – по модели взаимодействующих и взаимопроникающих континуумов, штрихпунктирная – результаты расчета пакетом FLUENT. Данные опытов [7] отмечены значками

На рис. 2 приведены результаты расчетов средней по ширине канала и по времени пористости. Из рисунка видно, что оба континуальных подхода с удовлетворительной точностью предсказывают расширение кипящего слоя. Отличие расчетов между собой обусловлено, главным образом, несоответствием значений параметров, моделирующих взаимодействие частиц между собой и со стенкой установки. Расчет с применением пакета FLUENT достаточно близок к расчету по континуальной модели.

На основе анализа полученного опыта по применению рассмотренных подходов можно отметить, что континуальный подход при небольшом разбросе частиц по размерам требует меньших вычислительных затрат вследствие использования подобных вычислительных технологий для решения уравнений для

газа и фракций частиц. В то же время, при моделировании взаимодействия частиц между собой и со стенкой более предпочтительным является эйлероволагранжев подход, поскольку используемые в нем замыкающие соотношения основываются на реальных законах соударения частиц и не требуют введения дополнительных эмпирических констант.

Литература

- 1. Баскаков А.П. Проточные псевдоожиженные системы /В кн. Псевдо-ожижение. под ред. В.Г.Айнштейна и А.П.Баскакова. М.:Химия. 1991. 400с.
- 2. Tsuo Y.P., Gidaspow D. Computation of flow pattern in circulating fluidized beds //AIChE Journal. - 1990. - Vol.36,N.6. - P.885-896.
- 3. Бубенчиков А.М., Старченко А.В. Численные модели динамики и горения аэродисперсных смесей в каналах // Томск: Изд-во ТГУ, 1998. – 236 с.
- 4. Zhou H., Flamant G., Gauthier D., Lu J. Lagrangian approach for simulating of gasparticle flow structure in a circulating fluidized bed riser // Int.J. of Mult. Flow, 2002. Vol.28. – p.1801-1821.
- 5. Wang Y., Mason M.T. Two-dimensional rigid-body collisions with friction. // J. Appl. Mech., 1992. Vol. 59. p. 635–642.
- 6. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости М.: Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
- 7. Иванютенко В.И., Антонишин Н.В., Никитин В.С. Расширение и порозность неодного псевдоожиженного слоя // ИФЖ, 1981. Т.41, № 3. С.470-475.