

УДК 517.977.56; 502.174.3

## РАЗРАБОТКА МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ И ПРОГРАММЫ ДЛЯ РАСЧЕТА КЛАСТЕРА ВИЭ

*Велькин В.И., Логинов М.И., Чернобай Е.В.*  
*Уральский федеральный университет, г.Екатеринбург*

Возобновляемые источники энергии (ВИЭ) все более широко распространяются в мире, однако в России темпы их внедрения гораздо скромнее [1]. Такая ситуация имеет свое объяснение: наличие значительных запасов углеводородных ресурсов и относительно низкие удельные показатели природно-климатических факторов (скорости ветра, инсоляции).

В связи с этим существенное значение имеет диверсификация энергообеспечения потребителей путем одновременного широкого применения различных энергоисточников. Она возможна на основе кластеров ВИЭ [2].

Точные, экономически оправданные соотношения мощностей оборудования ВИЭ для различных типов кластеров в различных регионах, требуют сложных математических расчетов. Для решения этой задачи предложена математическая модель, учитывающая ряд значимых факторов [3].

Эффективность расчетной имитационной модели кластера ВИЭ в общем виде может быть представлена уравнением:

$$G_{\text{кл}} = f [ v (\text{Э}, \text{А}, \text{S}, \text{М}, \text{F}); v(\text{d}, \text{h}, \text{k}, \text{p}, \text{s}, \text{sp}); \text{CC}_i; \text{U}_j ] \quad (1)$$

где  $G_{\text{кл}}$  – показатель эффективности гибридного кластера (комплекса НВИЭ);

$v$  – совокупность факторов воздействия внешней среды:

(скорость ветра (ВЭУ), инсоляция (ФЭП, СК), напор, расход (мГЭС),

температура НПИ (ТН), режим метангенерации (БГУ);

Э, А, S, М, F – тип кластера в зависимости от доли замещаемой

мощности (кластеры: Э – микро; А – мини; S – малый; М – средний; F – полный);

d, h, k, p, s, sp – тип кластера в зависимости от видов НВИЭ в системе:

d – двойной гибрид (ДГ+ВЭУ или ДГ+ФЭП или ДГ+ мГЭС и т.п.)

h – трио-кластер (ДГ+ВЭУ+ФЭП) или (ДГ+ ВЭУ+мГЭС)

k – кватро-кластер (ДГ+ ВЭУ+ФЭП+мГЭС)

p – пента-кластер (ДГ+ ВЭУ+ФЭП+мГЭС+ТН+БГУ)

s – сикстет-кластер (ДГ+ ВЭУ+ФЭП+мГЭС+ТН+БГУ)

sp – септ-кластер (ДГ+ ВЭУ+ФЭП+мГЭС+ТН+БГУ+СК)

$\text{CC}_i$  – себестоимость производства 1 кВт-ч разными видами НВИЭ;

$\text{U}_j$  – стоимость кВт установленной мощности вида НВИЭ.

Для создания эффективного кластера ВИЭ необходима математическая оптимизация состава оборудования.

### 1. Построение математической модели объекта ВИЭ

В общем случае для математического анализа объект исследования (удаленный дом с децентрализованным энергообеспечением) можно представить в виде структурной схемы, показанной на рис.1.

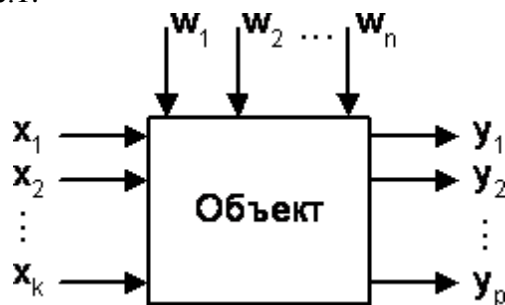


Рис.1. Алгоритм многофакторной модели для кластера ВИЭ

Представление объекта в виде такой схемы основано на принципе «черного ящика», в котором имеем следующие группы параметров:

- 1)  $X_i$  - управляющие (входные), которые называются факторами;
- 2)  $Y_i$  - выходные параметры, которые называются параметрами состояния;
- 3)  $W_i$  - возмущающие воздействия.

Предполагается, что возмущающие воздействия  $W_i$  не поддаются контролю и либо являются случайными, либо меняются во времени (скорость ветра, инсоляция, температура).

Каждый фактор  $X_i$  имеет область определения, которая должна быть установлена до проведения эксперимента (себестоимость выработки кВт-ч энергии или удельная стоимость оборудования (1 кВт установленной мощности)).

На практике целью многофакторного эксперимента является установление зависимости:

$$y = f(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (2)$$

описывающей поведение объекта. Чаще всего функция (2) строится в виде полинома:

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 \quad (3)$$

или

$$y = a_0 + a_1x_1 + a_2x_2 + a_{11}x_1^2 + a_{22}x_2^2 + a_{12}x_1x_2 \quad (4)$$

Целью эксперимента было построение зависимости (2) при минимальном количестве измерений значений управляющих параметров  $x_i$ .

Оборудование на удаленном объекте с использованием ВИЭ имеет не статические, а динамические характеристики, т.е. входные факторы и параметры объекта зависят от времени. Для большинства сложных объектов характерно наличие случайных возмущений и задача идентификации требует статистических методов для определения динамических характеристик.

Нахождение оптимальных условий для исследуемого объекта – важнейшая практическая задача. Чаще всего при многофакторном эксперименте требуется найти значения факторов  $x_i$  такие, при которых отклик системы  $y_i$  принимает значения  $y_{\max}$  или  $y_{\min}$ . Таким образом, строится целевая функция отклика

$$y = y(x_1, x_2, \dots, x_k) \quad (5)$$

и задача оптимизации сводится к нахождению  $x_{1\text{опт}}, x_{2\text{опт}}, \dots, x_{k\text{опт}}$  обеспечивающих экстремум функции цели:

$$y = y(x_{1\text{опт}}, x_{2\text{опт}}, \dots, x_{k\text{опт}}) = y_{\min} (y_{\max}) \quad (6)$$

Кроме того, на значения факторов накладываются дополнительные ограничения:

$$y = y(x_1, x_2, \dots, x_k) \{<=>\} R_i, \text{ где } i = 1 \dots r \quad (7)$$

Таким образом, задачей оптимизации является нахождение экстремума функции отклика при том условии, что сама функция априори неизвестна. Такая задача может быть решена многими способами:

1. Путем полного факторного эксперимента строится нелинейная модель функции отклика и затем у этой функции находится экстремум. Такая модель может оказаться сложной и потребовать большого числа опытов, так как требования нахождения ее экстремума могут заставить проводить полный факторный эксперимент в широком диапазоне варьирования и при большом числе опытов.

2. Более практически приемлемым оказывается “пошаговый” подход к решению задачи нахождения экстремума. В этом случае эксперимент проводится в ограниченной области. Находится направление роста функции отклика (при нахождении максимума) или направление падения функции отклика (при нахождении минимума). Затем эксперимент проводится в следующей области и т.д.

В результате пошагового движения обоими методами определяем область, близкую к точке оптимума. Эта область не может быть описана гиперплоскостью и требует описания в виде нелинейной модели (гиперболоида, параболоида и т.д.) (рис.2).

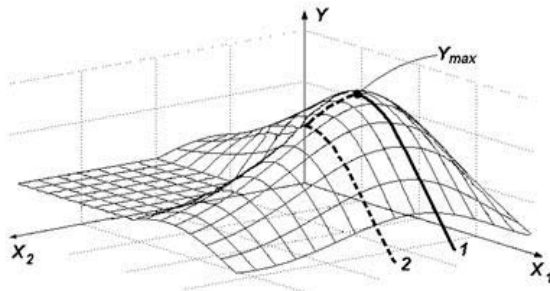


Рис.2. Графическая интерпретация алгоритма многофакторной модели при определении оптимальной конфигурации кластера ВИЭ

Использование многофакторной модели позволяет определить оптимальную конфигурацию кластера НВИЭ по составу и установленной мощности оборудования.

В качестве критерия эффективности кластера ВИЭ был принят критерий минимальной стоимости одного кВт-ч отпускаемой электроэнергии, при заданном простом сроке окупаемости.

#### 1. Постановка задачи для поиска оптимального кластера ВИЭ

Пусть имеем  $n+1$  источник энергии; работу одного из них будем считать независимой от случайных возмущений (дизельгенератор). Такой источник называется безрисковым.

Работа других  $n$  источников ВИЭ подвержена случайным возмущениям (например: использование ветровой и солнечной энергии ВЭУ+ФЭП+СК). Это – рискованные источники, зависящие от случайных величин (ветер, солнце и т.д.).

Вводим обозначения:

- $a$  - количество электроэнергии, вырабатываемое кластером (в единицу времени);
- $r_0$  - стоимость эксплуатации безрискового источника за единицу времени (здесь содержится как стоимость оборудования, так и стоимость обслуживания);
- $r_k$  - стоимость эксплуатации в течение часа  $k$  типа оборудования из рискованных источников (ВИЭ);
- $x_0$  - доля (от  $a$ ), вырабатываемая безрисковым источником (дизельгенератор);
- $x_k$  - доля (от  $a$ ), вырабатываемая  $k$  рискованным источником (ВИЭ).

Измеряемые случайные величины:

$Z_k$ - количество энергии, вырабатываемой за единицу времени  $k$  рисковым источником.

Полагаем, что для каждой из случайных величин  $Z_k$  имеется выборка из  $N$  наблюдений.

Вычисляемые (по выборке для  $Z_k$ ) случайные величины:

$Y_k = r_k / Z_k$  – стоимость энергии, произведенной  $k$ - рисковым источником за единицу времени.

Тогда для каждой из случайных величин  $Y_k$  получим выборку, также состоящую из  $N$  наблюдений:

$Y/a = x_0 r_0 + x_1 Y_1 + x_2 Y_2 + \dots + x_n Y_n$  – стоимость энергии, вырабатываемой кластером за единицу времени (это случайная величина, тогда как первое слагаемое в правой части – не случайно).

По выборкам для  $Y_k$  находим:

$m_k$ - средняя стоимость энергии, вырабатываемой  $k$  источником за единицу времени (выборочное среднее по  $Y_k$ )

$m_2$ - средняя стоимость 1 кВт-ч, вырабатываемого солнцем (выборочное среднее по  $Y_2$ )

$m = M(Y/a) = x_0 r_0 + x_1 m_1 + x_2 m_2$  - средняя стоимость энергии, вырабатываемой кластером за единицу времени;

$A$  – допустимый уровень средней стоимости 1 кВт-ч, вырабатываемого кластером ( $A < r_0$ )

## 2. Алгоритм решения задачи поиска оптимального кластера ВИЭ

Поиск оптимального по составу оборудования кластера ВИЭ необходим для снижения затрат на первоначальные затраты по приобретению эффективной и независимой системы энергоснабжения.

Выпишем  $D(Y/a)$ - дисперсию стоимости энергии, вырабатываемой кластером ВИЭ за единицу времени.

Получаем квадратичную функцию от  $x_1, x_2, \dots, x_n$  следующего вида :

$$D(Y/a) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sigma_{ij} x_i x_j \quad (8)$$

где  $\sigma_{ij}$  - выборочная ковариация, посчитанная по выборкам для  $Y_i, Y_j$ .

Эта величина является оценкой риска, т.е. разброса стоимости электроэнергии, вырабатываемой кластером за единицу времени, и мы стремимся выбором  $x_k$  минимизировать риск (стоимость 1 кВт-ч) при следующих ограничениях:

$$x_0 + x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1$$

$$x_0 r_0 + x_1 m_1 + \dots + x_n m_n = A$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 0, 1, \dots, n$$

Это – задача выпуклого программирования, которая решается, например, используя модуль «поиск решения» в Excel. В результате получим вектор  $(x_0, x_1, \dots, x_n)$ , задающий оптимальный кластер ВИЭ.

Задача такого типа известна в инвестиционном анализе, где соответствующая модель, содержащая как рисковые так и безрисковые вложения, называется портфелем Тобина [4].

На основе решения (5) и (8) были определены значения целевых функций и составлены таблицы оптимальных сочетаний ВИЭ в составе различных кластеров ВИЭ.

Для определения оптимального сочетания доли мощности в составе дуплекс-кластера «ДГ+ВЭУ» были исследованы значения дисперсий выработки энергии ДГ и ВЭУ за единицу времени по формуле (8)

Определяя выбор сочетания мощностей ДГ и ВЭУ, обращаемся к методу оптимального инвестиционного портфеля Тобина, записывая граничные условия:

$$x_{ДГ} + x_{ВЭУ} = 1$$

$$x_{ДГ} \cdot r_{ДГ} + x_{ВЭУ} \cdot m_{ВЭУ} = A,$$

где  $x_{ВЭУ}$  – доля, вырабатываемая ВЭУ (рисковым) источником ВИЭ;

$r_{ВЭУ}$  – стоимость эксплуатации ВЭУ в течение часа;

$m_{ВЭУ}$  – средняя стоимость энергии, вырабатываемой ВЭУ за единицу времени (выборочное среднее по  $Y_{ВЭУ}$ );

при этом  $x_{ДГ} \geq 0$ ;  $x_{ВЭУ} \geq 0$

$A$  – допустимый уровень средней стоимости 1 кВт-ч, вырабатываемого кластером ( $A < r_{ДГ}$ )

Для различных мест расположения объекта ВИЭ искомые оптимальные значения долей установленных мощностей  $x_{ДГ}$  и  $x_{ВЭУ}$  будут зависеть от условий окружающей среды (скорость ветра, распределение Вэйбулла для скорости ветра) и от правильного выбора класса и типа и установки.

Графическая интерпретация эффективности кластеров ВИЭ на внедренном объекте «Энергоэффективный дом» Свердловской области представлена на рис.3.

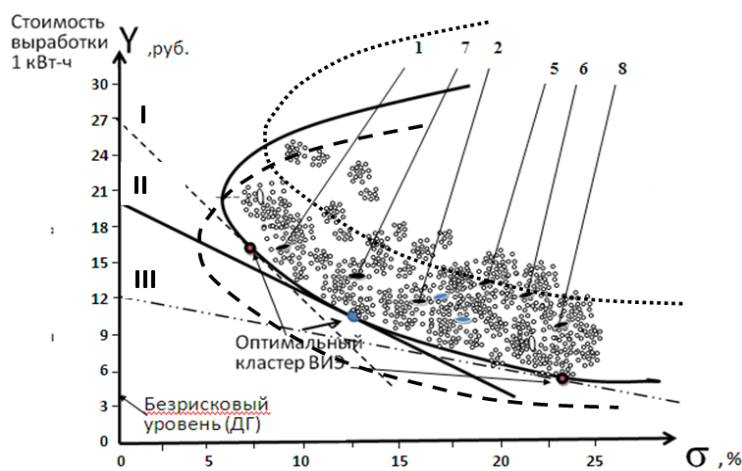


Рис.3. График сравнительной эффективности расчетных и существующих кластеров ВИЭ

———— Область значений целевой функции для района расположения объекта

«Энергоэффективный дом» (скорость ветра 4,2 м/с, инсоляция -250 Вт/м<sup>2</sup>,

— — Область значений целевой функции для территории с актинометрическими характеристиками:  $V_b = 5,5$  м/с, инсоляция 400 Вт/м<sup>2</sup>, ГСОП 2800)

..... Область значений ЦФ для  $V_b = 3,5$  м/с, инсоляция - 200 Вт/м<sup>2</sup>, ГСОП 6500)

I – точка, соответствующая безрисковой с/стоимости выработки энергии при 27 руб./кВт-ч;

II – точка, соответствующая безрисковой себестоимости ВЭ 20 руб./кВт-ч

III – то же при 12 руб./кВт-ч.

1- Окта-кластер ВИЭ (котт.1); 2 – пента-кластер ВИЭ (котт.2); 5-трио-кластер ВИЭ

(котт.3,4,5); 6-кватро-кластер ВИЭ (котт.6); 7- септ-кластер ВИЭ (котт.7);

8-дуплекс- кластер ВИЭ (котт.8).

Из графика видно, что все кластеры ВИЭ в «Энергоэффективном доме», сформированные до создания описанной методологии без научно-обоснованной конфигурации, не соответствовали оптимальному соотношению долей установленной мощности между видами оборудования ВИЭ, вследствие чего имеют резерв повышения эффективности. Этот резерв определяется величиной 2-5 руб. на каждый вырабатываемый 1кВт-ч энергии, что соответствует недовыработке (или потере) 20-50 % потенциальной мощности установленного оборудования ВИЭ.

### 3. Разработка программы расчета оптимального кластера ВИЭ

Программа автоматизированного расчета оптимального кластера ВИЭ реализована на базе пакета стандартной программы Excel.

В теле программы заложена идеология и «прошиты» алгоритмы, реализуемые с использованием пакета анализа «Поиск решения». Окно меню программы расчета оптимального кластера ВИЭ представлено на рис.4.

На основе решения (5) были определены значения целевых функций и составлены таблицы оптимальных сочетаний НВИЭ для различных кластеров.

Для корректного функционирования программы требуется ввести следующие данные в сплывающие окна: тип кластера (Э, А,S, М, F): вид НВИЭ (ВИЭ,ФЭП,СК<sub>пл</sub>,СК<sub>вак</sub>, мГЭС, БГУ, ТН).

для расчета дисперсий (отклонений от средних) задаются средние значения показателей для конкретной территории:

- скорость ветра (от 0 до 25м/с);
- плотность инсоляции (от 100до 1000 Вт /м<sup>2</sup> с шагом 5);
- скорость течения реки (от 0 до 20 м/с с шагом 1)
- перепад высот на ГТС (от 1 до 100 м с шагом 2)

Для расчета стоимостных параметров и сравнения с безрисковым источником энергии вводятся:

- себестоимость выработки энергии безрисковым источникам энергии;
- себестоимость выработки 1 кВт-ч на каждом из видов НВИЭ.

Для поиска оптимального соотношения долей мощности каждого вида оборудования НВИЭ запускается опция «Поиск решения».

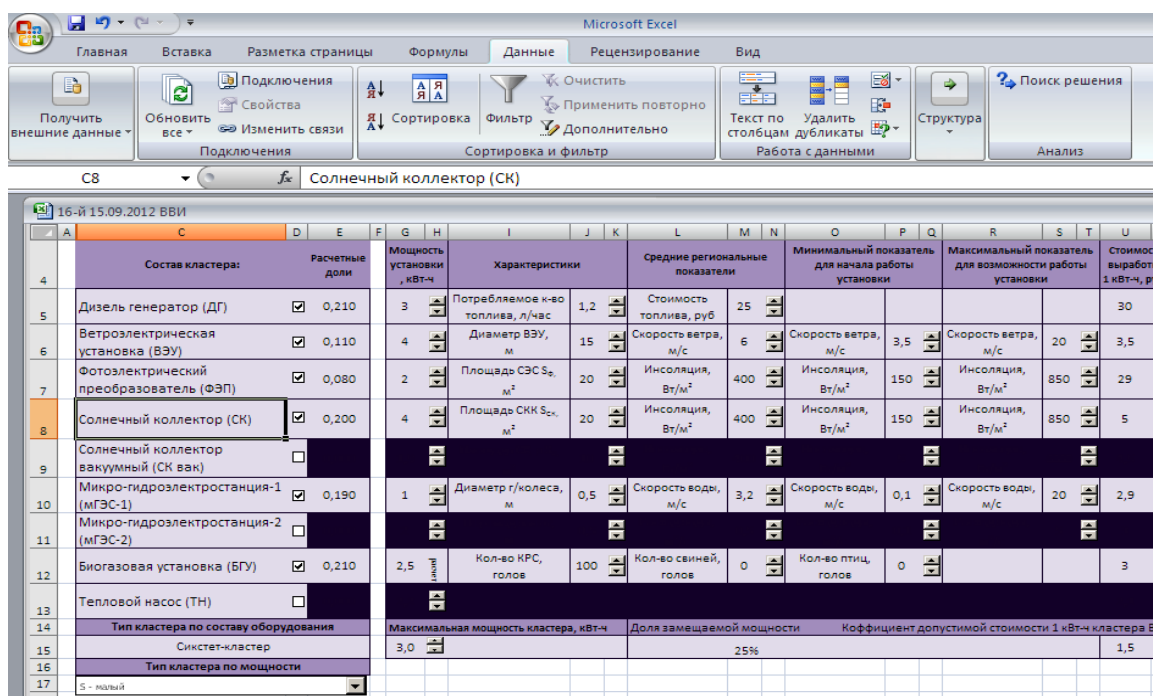


Рис.4. Вид экранного меню программы автоматизированного поиска оптимального кластера ВИЭ «АРК-ВИЭ»

Искомым результатом расчета являются показатели долей мощности оборудования в составе выбранного кластера.

Например,  $x_1=0,25$ ,  $x_2=0,05$ ;  $x_3=0,12$ ;  $x_0=0,4$ ;  $x_9=0,19$

Указанные соотношения определяют, что оптимальным для данного региона (местности, территории, муниципального образования) являются следующие соотношения по установленным мощностям оборудования:

ДГ – 40%; ВЭУ -25%, ФЭП- 12 %; БГУ-19%.

Таким образом, разработанный алгоритм определения оптимального состава оборудования НВИЭ по видам и долям установленной мощности) позволяет быстро ответить на вопрос: какой вид НВИЭ и в каких долях между собой, будет являться оптимальным с т.з. минимальной стоимости выработки 1 кВт-ч энергии для данных территориально-климатических условий.

Выводы:

1. Точный (с т.з. и номенклатуры, и установленных мощностей) выбор видов НВИЭ на основе научного анализа и кластерного подхода гарантирует в районах с резко-континентальным климатом России повышение надежности электрообеспечения потребителей и поддержание минимально необходимого уровня значений мощностей.
2. Расчетная модель эффективности кластера позволяет оптимизировать кластер ВИЭ по составу оборудования и критерию минимальной стоимости выработки 1 кВт-ч.
3. Предложенный алгоритм и разработанная компьютерная программа автоматизированного расчета кластера ВИЭ «АРК-ВИЭ» дает производителям и потребителям инструмент быстрого определения состава оборудования ВИЭ для конкретного района применения.

### Литература

1. Безруких П.П., Стребков Д.С. Состояние и перспективы развития возобновляемых источников энергии в России.// Малая энергетика.-М.: ОАО «НИИЭС», 2008, №4-5.
2. Велькин В.И. Оптимизация выбора энергообеспечения на основе кластерного подхода в использовании возобновляемых источников энергии //Альтернативная энергетика и экология, Саратов, 2012 г.№2.
3. Мельников А.В., Попова А.В., Скорнякова В.С. Математические методы финансового анализа. М. : АНКИЛ , 2006, 720с.
4. Дж Гобин. Theoretical and statistical study of consumption function, 1947.
5. Велькин В.И. Щеклеин С.Е. Тягунов Г.В. Опыт Свердловской области по комплексному использованию возобновляемых источников энергии в многоквартирном сельском доме // «Энергетика настоящего и будущего». Сб. материалов 1 Евроазиатской выставки и конференции. Екатеринбург, УГТУ-УПИ, 2010