

План лекции:

1. Теория теплообмена (основные понятия)
2. Температурное поле. Температурный градиент.
3. Дифференциальное уравнение теплообмена
4. Передача тепла через плоскую стенку в стационарных условиях

1. ТЕОРИЯ ТЕПЛООБМЕНА (ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ)

Теория теплообмена — это **учение о процессах переноса теплоты в пространстве**. Теплообмен является основой многих явлений, наблюдаемых в природе и технике. Целый ряд важных вопросов конструирования и создания летательных аппаратов и особенно их силовых установок решается на основе теории теплообмена.

В теории теплообмена под процессом переноса теплоты понимается **процесс обмена внутренней энергией между элементами системы в форме теплоты**. В литературе термин «теплообмен» часто отождествляется с термином «теплопередача».

Любой процесс переноса теплоты в пространстве называется теплообменом. Теплообмен - сложное явление, которое можно расчленить на ряд простых. Теплота может передаваться тремя простейшими принципиально отличными друг от друга способами: **теплопроводностью, конвективным переносом и излучением**.

Явление теплопроводности состоит в переносе теплоты структурными частицами вещества - молекулами, атомами, электронами - в процессе их теплового движения. Такой теплообмен может происходить в любых телах с неоднородным распределением температуры, но механизм переноса теплоты зависит от агрегатного состояния тела.

В жидкостях и твердых телах (диэлектриках) - перенос теплоты осуществляется путем непосредственной передачи теплового движения молекул и атомов соседним частицам вещества.

В газообразных телах распространение теплоты теплопроводностью происходит вследствие обмена энергией при соударении молекул, имеющих различную скорость теплового движения.

В металлах теплопроводность осуществляется главным образом вследствие движения свободных электронов.

Явление конвективного переноса теплоты наблюдается лишь в жидкостях и газах. Конвективный перенос - это распространение теплоты, обусловленное перемещением макроскопических элементов среды. Объемы жидкости или газа, перемещаясь из области с большей температурой в область с меньшей температурой, переносят с собой теплоту.

Конвективный перенос может осуществляться в результате свободного или вынужденного движения жидкости или газа.

Свободное движение (свободная конвекция) возникает тогда, когда частицы жидкости в различных участках системы находятся под воздействием массовых сил различной величины. В гравитационном поле неоднородность плотности, возникающая при неравномерном нагреве частей системы, вызывает свободное движение.

Например, отопительная батарея подогревает соприкасающийся с ней воздух путем теплопроводности. Плотность подогретого воздуха меньше плотности окружающей среды

– подогретый воздух поднимается вверх, а на его место приходит холодный воздух. Теплота вместе с воздухом передается от батареи в другие части помещения.

Вынужденное движение (вынужденная конвекция) происходит под действием внешних поверхностных сил. Разность давлений, под действием которой перемещается теплоноситель, создается с помощью насосов, эжекторов и других устройств.

Теплообмен излучением (или радиационный теплообмен) состоит из испускания энергии излучения телом, распространения ее в пространстве между телами и поглощения ее другими телами. В процессе испускания внутренняя энергия излучающего тела превращается в энергию электромагнитных волн, которые распространяются во всех направлениях. Тела, расположенные на пути распространения энергии излучения, поглощают часть падающих на них электромагнитных волн, и таким образом энергия излучения превращается во внутреннюю энергию поглощающего тела.

2. ТЕМПЕРАТУРНОЕ ПОЛЕ. ТЕМПЕРАТУРНЫЙ ГРАДИЕНТ.

Количество теплоты, передаваемой в единицу времени через произвольную поверхность, оценивается **тепловым потоком**. Тепловой поток, отнесенный к единице площади поверхности, называется **плотностью теплового потока, или тепловой нагрузкой** q , [Дж / м²с = Вт / м²].

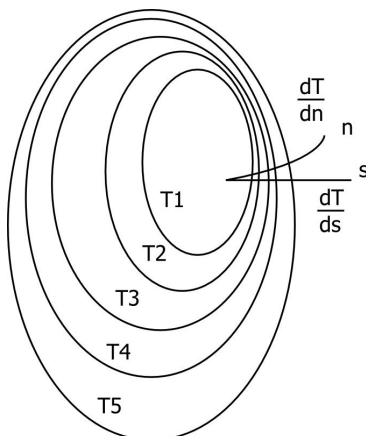
Тепловые потоки возникают в телах и между телами только при наличии разности температур. Температурное состояние тела или системы тел можно охарактеризовать с помощью **температурного поля**, под которым понимается совокупность мгновенных значений температур во всех точках изучаемого пространства.

Температура различных точек тела определяется координатами и временем:

$$T = f(x, y, z, \tau) \quad (1)$$

Температурное поле, которое изменяется во времени, называется **нестационарным**, или **неустановившимся**. Если температура не изменяется во времени, температурное поле называется **стационарным**, или **установившимся**.

Температурное поле тела можно охарактеризовать с помощью серии **изотермических поверхностей**. Под изотермической поверхностью понимается геометрическое место точек с одинаковой температурой. Такие поверхности могут быть замкнуты или выходить на границы тела. Изотермические поверхности, соответствующие разным температурам, не могут пересекаться друг с другом. Если тело рассечь плоскостью, то изотермические поверхности на этой плоскости изобразятся в виде их следов - изотермических линий, которые называются **изотермами**.



Производная температуры по нормали к изотермической поверхности называется **температурным градиентом**. Температурный градиент - векторная величина, направленная по нормали к изотерме в сторону увеличения температуры. Поэтому интенсивность изменения температуры вдоль осей координат определится проекциями температурного градиента на эти оси:

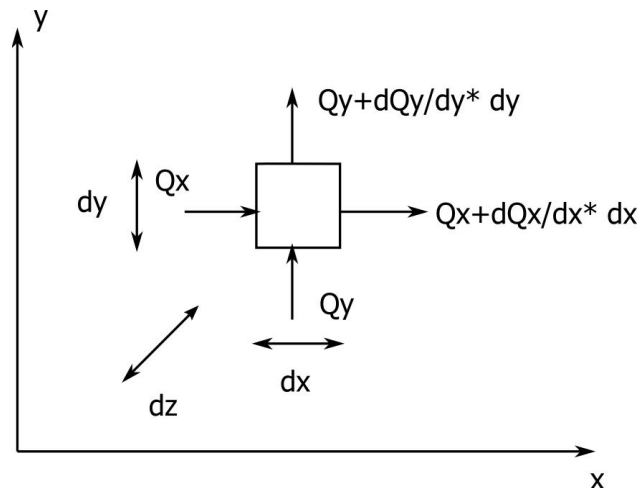
$$\frac{\partial T}{\partial x}, \frac{\partial T}{\partial y}, \frac{\partial T}{\partial z} \quad (2)$$

3. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ УРАВНЕНИЕ ТЕПЛООБМЕНА

Вывод дифференциального уравнения теплообмена основан на законе сохранения энергии. Если пренебречь кинетической и потенциальной энергией системы, то закон сохранения энергии запишется в виде первого начала термодинамики:

$$dQ = dH - Vdp \quad (3)$$

Для простоты, рассмотрим вывод дифференциального уравнения энергии для двумерного процесса переноса теплоты в жидкости или газе. Для этого необходимо в рассматриваемой области выделить бесконечно малый объём газа и рассмотреть тепловой баланс этого объёма. Изменение всех параметров процесса по координате z равно 0.



Т.к. стенки контрольного объёма проницаемы для теплоносителя, то давление внутри объёма остаётся постоянным. С учётом нестационарности процесса и связи энтальпии и температуры теплоносителя, уравнение (3) можно записать в виде:

$$dQ = mc_p \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau \quad (4)$$

Т.е. теплота подведённая к объёму за счёт всех механизмов теплопереноса идёт на увеличение энтальпии (температуры) теплоносителя. В отсутствии внутренних источников теплоты, теплота подведённая к системе за единицу времени может быть записана следующим образом:

$$dQ = Q_x + Q_y - \left(Q_x + \frac{\partial Q_x}{\partial x} dx \right) - \left(Q_y + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \right)$$

или

$$dQ = - \left(\frac{\partial Q_x}{\partial x} dx + \frac{\partial Q_y}{\partial y} dy \right) \quad (5)$$

Вводя понятие плотности теплового потока уравнение (5) можно переписать в виде:

$$Q_x = q_x dydzd\tau; \quad Q_y = q_y dx dzd\tau$$

или

$$dQ = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right) dx dy dz d\tau$$

Приравнявая выражения (4), (6) и выражая массу теплоносителя через плотность получим дифференциальное уравнение теплообмена в виде:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} d\tau dx dy dz = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right) dx dy dz d\tau$$

или

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = -\left(\frac{\partial q_x}{\partial x} + \frac{\partial q_y}{\partial y}\right)$$

Величины q_x, q_y - проекции вектора плотности теплового потока на оси координат.

Поскольку тепловой поток может обеспечиваться различными механизмами теплопереноса рассмотрим составляющие этого теплового потока в отдельности.

Теплопроводность.

Основным законом теплопроводности является предложенная Фурье гипотеза о пропорциональности теплового потока температурному градиенту:

$$q = -\lambda \frac{dT}{dn}, \quad (8)$$

где: $q, [Вт/м^2]$ - вектор теплового потока связанный с механизмом теплопроводности, $\lambda, [Вт/м \cdot град]$ - коэффициент теплопроводности, $\frac{dT}{dn}$ - температурный градиент.

В проекциях на оси координат уравнение (8) может быть записано следующим образом:

$$q_x = -\lambda \frac{dT}{dx}; \quad q_y = -\lambda \frac{dT}{dy} \quad (9)$$

Величина коэффициента теплопроводности зависит от природы вещества, его структуры, температуры и других факторов. Наибольшим коэффициентом теплопроводности обладают металлы, наименьшим - газы.

Коэффициенты **теплопроводности металлов** и сплавов имеют значения от 7 до 490 Вт/м·град. С увеличением температуры теплопроводность большинства металлов уменьшается.

При 0 °С коэффициент теплопроводности меди – 390 Вт/м·град, алюминия – 209 Вт/м·град, железа - 74 Вт/м·град.

Коэффициент теплопроводности смеси материалов обычно **не изменяется пропорционально количеству входящих в смесь компонентов**. Кроме того, он зависит от вида термической и механической обработки металла. Надежным способом оценки коэффициентов теплопроводности металлов и их сплавов является непосредственный эксперимент.

Неметаллические материалы имеют значительно меньшие величины $\lambda = 0,023 - 2,9$ Вт/м·град. Среди них наибольший интерес представляют теплоизоляционные, керамические и строительные материалы. Большинство этих материалов имеет пористое строение, поэтому их коэффициент теплопроводности учитывает не только способность вещества проводить теплоту соприкосновением структурных частиц, но и радиационно-конвективный теплообмен в порах.

Материалы, имеющие $\lambda < 0,25$ Вт/м·град при $T = -50 \dots 100^\circ\text{C}$ называют **теплоизоляторами**. Некоторые теплоизолирующие материалы используются в их естественном состоянии, другие получают искусственно.

Некоторые неметаллические материалы обладают **анизотропией**. Так, дуб проводит теплоту вдоль волокон примерно в два раза лучше, чем поперек волокон. Теплопроводность ориентированного пирографита вдоль пластины в сто раз больше, чем в перпендикулярном направлении.

Жидкости (кроме расплавленных металлов) имеют небольшую величину $\lambda = 0,093 \dots 0,7$ Вт/м·град. У большинства жидкостей (кроме воды и глицерина) коэффициент теплопроводности уменьшается с увеличением температуры.

Газы и пары плохо проводят теплоту теплопроводностью $\lambda = 0,006 \dots 0,58$ Вт/м·град. Коэффициенты теплопроводности газов увеличиваются с ростом температуры.

В практических расчетах коэффициент теплопроводности обычно считают одинаковым для всего тела и определяют его по среднеарифметической из крайних значений температур тела. При выборе коэффициента теплопроводности следует пользоваться справочной литературой.

Конвективный перенос теплоты.

Конвективный перенос теплоты связан с перемещением макроскопических объёмов теплоносителя. Интенсивность конвективного теплопереноса определяется скоростью движения среды, которая в свою очередь зависит от многих факторов, таких как перепад давлений, плотность среды, режим течения (ламинарный или турбулентный) и т.д.

Плотность теплового потока, возникающего за счёт конвекции определяется соотношением:

$$q = \rho c_p w T, \quad (10)$$

где w - вектор скорости потока теплоносителя.

В проекциях на оси координат:

$$q_x = \rho c_p w_x T; \quad q_y = \rho c_p w_y T \quad (11)$$

Теплоперенос излучением.

Имеет существенные отличия в понятиях и определениях теплового потока и будет рассмотрен в отдельности.

Подставляя соотношения (11) и (9) в общее дифференциальное уравнение теплообмена получим:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{dT}{dx} - \rho c_p w_x T \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\lambda \frac{dT}{dy} - \rho c_p w_y T \right) \quad (12)$$

Считая теплопроводность и теплоёмкость теплоносителя независимыми от температуры, получим:

$$\rho \frac{\partial T}{\partial \tau} + \frac{\partial(\rho w_x T)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y T)}{\partial y} = \frac{\lambda}{c_p} \left(\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2} \right)$$

или

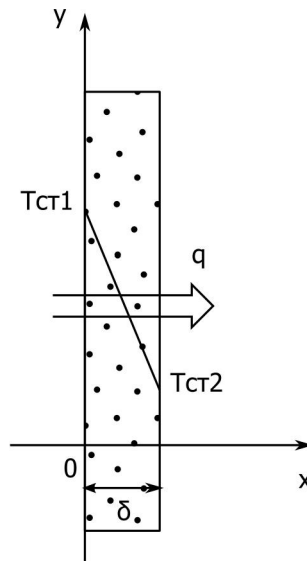
$$\frac{\partial T}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} + T \underbrace{\left(\frac{\partial(\rho w_x)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho w_y)}{\partial y} \right)}_{\text{Уравнение неразрывности}} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2} \right)$$

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial \tau} + w_x \frac{\partial T}{\partial x} + w_y \frac{\partial T}{\partial y} = \frac{\lambda}{\rho c_p} \left(\frac{\partial T^2}{\partial x^2} + \frac{\partial T^2}{\partial y^2} \right)}$$

Полученное нами уравнение теплообмена (14) описывает нестационарное изменение температуры теплоносителя в каждой точке плоскости x-y при наличии процессов конвективного переноса теплоты и переноса теплоты теплопроводностью. К этому уравнению мы будем обращаться при анализе всех теплообменных процессов.

4. ПЕРЕДАЧА ТЕПЛА ЧЕРЕЗ ПЛОСКУЮ СТЕНКУ В СТАЦИОНАРНЫХ УСЛОВИЯХ

Передача тепла через плоскую твёрдую однородную стенку в стационарных условиях является частным случаем общей задачи теплообмена, позволяющий существенно упростить дифференциальное уравнение теплообмена и получить его точное решение. Вместе с тем такие процессы очень часто встречаются в технике.



Упрощение, связанное со стационарностью процесса позволяет исключить первый член уравнения (14). Поскольку стенка является твёрдой конвективный перенос тепла отсутствует – это позволяет исключить второй и третий члены уравнения (14). Полагая, что толщина стенки намного меньше её высоты процессы теплообмена можно рассматривать только в одном направлении – поперёк стенки. Таким образом уравнение, описывающее теплопередачу через стенку можно записать следующим образом:

$$\boxed{\frac{d^2 T}{dx^2} = 0}$$

Проинтегрировав уравнение (15) найдём:

$$T = C_1 x + C_2$$

Константы интегрирования определим из граничных условий:

$$\begin{aligned} T|_{x=0} &= T_{cr1} \\ T|_{x=\delta} &= T_{cr2} \end{aligned} \quad (17)$$

$$T = \frac{T_{cr2} - T_{cr1}}{\delta} x + T_{cr1} \quad (18)$$

Плотность теплового потока в соответствии с законом Фурье можно записать следующим образом:

$$q = \frac{\lambda}{\delta} (T_{cr1} - T_{cr2}) \quad (19)$$

Соотношение λ/δ называется **тепловой проводимостью** плоской стенки, а обратная величина **внутренним термическим сопротивлением**.

Рассмотрим теперь теплопроводность плоской многослойной стенки, состоящей из n слоев. На границе раздела двух слоев возникает контактное термическое сопротивление, обусловленное неплотным соприкосновением поверхностей. Термическое сопротивление контакта в отдельных случаях может быть пренебрежимо малым, но иногда общее тепловое сопротивление многослойной стенки благодаря сопротивлению в местах контакта увеличивается в несколько раз.

Оценим температурное поле и тепловой поток теплопроводностью через многослойную стенку с учетом контактных сопротивлений. Каждый слой имеет заданную толщину δ_i и коэффициент теплопроводности λ_i

$$\begin{aligned} q &= \frac{\lambda_1}{\delta_1} (T_{cr1} - T_{cr12}) \\ q &= \frac{1}{R_{K1-2}} (T_{cr12} - T_{cr21}) \\ q &= \frac{\lambda_2}{\delta_2} (T_{cr21} - T_{cr22}) \\ q &= \frac{1}{R_{K2-3}} (T_{cr22} - T_{cr31}) \\ &\dots \\ q &= \frac{\lambda_i}{\delta_i} (T_{cri1} - T_{cri2}) \\ q &= \frac{1}{R_{Ki-(i+1)}} (T_{cri2} - T_{cr(i+1)1}) \\ &\dots \\ q &= \frac{1}{R_{K(n-1)-n}} (T_{cr(n-1)2} - T_{crn1}) \\ q &= \frac{\lambda_n}{\delta_n} (T_{crn1} - T_{cr2}) \end{aligned} \quad (20)$$

Выражая разности температур по толщине каждого слоя стенки (с учётом контактного сопротивления) и проводя суммирование по всем слоям получим:

$$q \left(\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{n-1} R_{K_{i-(i+1)}} \right) = (T_{cr1} - T_{cr2}) \quad (21)$$

В итоге плотность теплового потока через многослойную стенку, с учётом контактных сопротивлений можно рассчитать по формуле:

$$q = \frac{T_{cr1} - T_{cr2}}{\sum_{i=1}^n \frac{\delta_i}{\lambda_i} + \sum_{i=1}^{n-1} R_{K_{i-(i+1)}}} \quad (22)$$