

На правах рукописи



Андрюшенко Владимир Андреевич

**ПРОЦЕССЫ РЕКОННЕКЦИЙ
И СТОХАСТИЧЕСКАЯ ДИНАМИКА
КВАНТОВАННЫХ ВИХРЕВЫХ НИТЕЙ
В СВЕРХТЕКУЧЕМ ГЕЛИИ**

01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Автореферат диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2017

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского отделения Российской академии наук

Научный руководитель:

Немировский Сергей Карпович – д.ф.-м.н., доцент, ФГБУН Институт теплофизики СО РАН, главный научный сотрудник.

Официальные оппоненты:

Григорьев Юрий Николаевич – д.ф.-м.н., профессор, ФГБУН Институт вычислительных технологий СО РАН, главный научный сотрудник.

Левченко Александр Алексеевич – д.ф.-м.н., ФГБУН Институт физики твердого тела РАН, директор.

Ведущая организация: Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Защита состоится «25» октября 2017 г. в 15 час. 00 мин., на заседании диссертационного совета Д 003.053.01 по защите диссертаций на соискание учёной степени кандидата наук, на соискание учёной степени доктора наук при ФГБУН Институте теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН по адресу: 630090, г. Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте Института теплофизики СО РАН: <http://www.itp.nsc.ru/dissovet/dissertation.htm>

Автореферат разослан «30» августа 2017 г.

Отзывы на автореферат просим направлять по адресу: 630090, Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 1, Ученому секретарю совета.

email: dissovet@itp.nsc.ru

Факс: (383) 330-84-80

Ученый секретарь
диссертационного совета
д.ф.-м.н., профессор



Кузнецов
Владимир Васильевич

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Объект исследования и актуальность темы

Актуальность диссертации обусловлена фундаментальными научными проблемами теории квантовой турбулентности, а также прикладными проблемами, связанными с теплообменом в системах, функционирующих при температурах ниже 2 К. На сегодняшний день, при этих температурах единственным применяемым на практике хладагентом остается сверхтекучий гелий.

На гидродинамические и термодинамические процессы в сверхтекучем гелии существенно влияет вихревой клубок (совокупность переплетенных квантованных вихревых нитей). Структура такого вихревого клубка в значительной степени определяется динамикой вихревых нитей и процессами реконнекций. Изучение закономерностей, присущих процессам реконнекций, а также определение влияния процессов реконнекций на свойства вихревого клубка являются одними из ключевых задач теории квантовой турбулентности. В свою очередь, интерес к квантовой турбулентности обусловлен несколькими причинами:

Во-первых, мотивация исследования связана с необходимостью развития теории сверхтекучей турбулентности, которая является важной во многих прикладных задачах, касающихся квантовых жидкостей. Более того, развитие многих отраслей науки и техники, требующих создания устойчиво функционирующих систем при сверхнизких температурах, существенно осложняется отсутствием теории, описывающей квантовую турбулентность.

Во-вторых, квантовая турбулентность, как часть теории сверхтекучести, тесно связана с другими проблемами общей теории квантовых жидкостей, такими как генерация вихрей, взаимодействие между близко расположенными вихревыми нитями, реконнекцией вихрей и т.д.

В-третьих, мотивация тесно связана с идеей моделирования классической турбулентности набором хаотических квантованных вихрей. Идея о моделировании турбулентности дискретными вихрями в классической гидродинамике обсуждается давно, однако в квантовых жидкостях, где вихревые нити являются реальными объектами, она приобретает новый импульс. Кроме того, в ряде численных работ последних лет, посвященных моделированию сверхтекучей турбулентности, был получен спектр колмогоровского типа.

В-четвертых, развитие теории сверхтекучей турбулентности представляет большой интерес и значение с точки зрения общей физики, поскольку подобные системы, образуемые неупорядоченными множествами одномерных особенностей, обнаружены во многих физических полях. В качестве примеров можно указать линейные топологические дефекты в жидких кристаллах, дислокации в твердых телах, полимерные цепи, космические струны и др.

Цель работы состоит в изучении свойств вихревого клубка и динамики квантовых вихревых нитей перед реконнекцией, а также в определении энергетических спектров полей скорости, соответствующих различным вихревым конфигурациям. В соответствии с целью, поставлены и решены следующие задачи:

- Детально изучено влияние нормальной компоненты сверхтекучего гелия на динамику квантованных вихревых нитей перед реконнекциями при различных температурах и начальных условиях.
- Проведено моделирование динамики вихревого клубка в противотоке нормальной и сверхтекучей компонент гелия. Изучены важные свойства вихревого клубка.
- Найдены энергетические спектры полей скорости, индуцируемых одиночной хаотической вихревой петлей при различных фрактальных размерностях.
- Найдены энергетические спектры полей скорости, создаваемых реконнектирующими вихревыми нитями.
- Найдены энергетические спектры полей скорости, создаваемых вихревыми клубками при различных температурах и скоростях противотока нормальной и сверхтекучей компонент гелия.

Научная новизна

- Впервые детально изучена динамика квантованных вихрей перед реконнекциями при различных температурах. Установлено, что в динамике вихревых нитей перед реконнекцией можно выделить три временных интервала (различных по характеру сближения): универсальный, полууниверсальный и неуниверсальный. Найдена скорость сближения ближайших элементов вихревых нитей в универсальном и полууниверсальном интервалах. Установлены границы между этими интервалами.
- Установлена независимость геометрической конфигурации ближайших элементов вихревых нитей от температуры и начальных условий в универсальном интервале. В случае осуществления реконнекции, сближающиеся участки вихревых нитей переориентируются таким образом, чтобы направление векторов их циркуляции было противоположным.
- В рамках метода вихревой нити исследованы динамические характеристики вихревого клубка. При моделировании использован новый критерий реконнекций, основанный на анализе динамики элементов вихревых нитей. Установлены связи скорости реконнекций с плотностью вихревого клубка и плотности вихревого клубка со скоростью противотока нормальной и сверхтекучей компонент гелия.
- Найдены энергетические спектры полей скорости, индуцируемых одиночной Гауссовой хаотической вихревой петлей, подчиняющейся различным статистическим моделям.

- Впервые, используя метод корреляционных функций, получены энергетические спектры полей скорости, индуцированных реконнектирующими вихревыми нитями. Установлено, что конфигурации, образуемые ближайшими элементами вихревых нитей перед реконнекцией, создают поля скорости со спектрами близкими к колмогоровскому.
- Найдены энергетические спектры полей скорости, создаваемых вихревыми клубками в противотоке нормальной и сверхтекучей компонент при различных температурах.

Научная и практическая ценность работы

На основании проведенных исследований сформулированы важные выводы и обобщения, способствующие построению новых моделей теории квантовой турбулентности. Проведенные исследования вносят существенный вклад в понимание как динамики и процессов реконнекций квантовых вихревых нитей при ненулевых температурах, так и влияния квантовых вихрей на перенос энергии в сверхтекучем гелии. Полученная детальная информация о динамике вихревых нитей перед реконнекцией может быть использована для усовершенствования критериев реконнекции и повышении точности программ, определяющих рабочие режимы криогенных установок.

Достоверность полученных результатов обусловлена использованием проверенных методик аналитического и численного решения физических задач. Алгоритм моделирования, используемый при получении результатов, тестировался на согласование с существующими аналитическими решениями, а также прошел тесты на устойчивость и сходимость. Полученные численные результаты качественно, а в ряде случаев и количественно согласуются с достоверными экспериментальными данными (Vinen W.F., Paoletti M.S. и др.) и известными аналитическими результатами других авторов (Немировский С.К., Tsubota M. и др.).

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Результаты исследования динамики квантовых вихревых нитей перед реконнекцией. Найдены характерные этапы эволюции вихревых нитей перед реконнекцией. Установлено влияние температуры и начальных условий на динамику вихревых нитей на каждом из этапов эволюции.
2. Результаты численного моделирования динамики вихревого клубка в противотоке нормальной и сверхтекучей компонент гелия. Установлены связи скорости реконнекций с плотностью вихревого клубка и плотности вихревого клубка с величиной тепловой нагрузки.
3. Результаты исследования энергетических характеристик полей скорости, индуцируемых одиночной хаотической петлей с различной фрактальной размерностью. Установлены связи между статистическими характеристиками вихревой петли и спектрами полей скорости, индуцируемыми ей.

4. Результаты исследования энергетических характеристик полей скорости, создаваемых реконnectирующими вихревыми нитями. Установлена определяющая роль процесса реконnectии в формировании энергетических спектров полей скорости на межвихревых масштабах, а также сам вид энергетических спектров при реконnectии.
5. Результаты исследования энергетических характеристик полей скорости, создаваемых вихревыми клубками при различных температурах и скорости противотока нормальной и сверхтекучей компонент гелия. Установлено влияние температуры и тепловой нагрузки на энергетические спектры полей скорости, создаваемых вихревыми клубками на различных масштабах.

Личный вклад автора

Автор участвовал в разработке, отладке и тестировании программы, используемой для моделирования динамики вихревых нитей. Программа для нахождения энергетического спектра и модули программ для определения скорости сближения и геометрической конфигурации вихревых нитей разработаны и реализованы лично автором. Получение всех численных и аналитических результатов, представляемых в работе, их обработка и подготовка к публикации проведены лично автором. Общая постановка задач и обсуждение полученных результатов проводилась совместно с соавторами опубликованных работ.

Апробация работы проводилась на следующих научных мероприятиях: XII Всероссийская научная конференция студентов физиков (Россия, Новосибирск, 2006 г.); XLIV Международная научная студенческая конференция (Россия, Новосибирск, 2006 г.); Международные конференции по квантовым жидкостям и кристаллам QFS-2007, 2016 (Россия, Казань, 2007 г.; Чехия, Прага, 2016 г.); XXXVII Совещание по физике низких температур (Россия, Казань, 2015 г.); Международная конференция: Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики (Россия, Новосибирск, 2015 г.); Euromech colloquium 581. Dynamics of concentrated vortices (Россия, Новосибирск, 2016 г.); IX Всероссийская конференция: Физика ультрахолодных атомов (Россия, Новосибирск, 2016 г.); XXXIII Сибирский теплофизический семинар (Россия, Новосибирск, 2017 г.).

Публикации

По теме диссертационной работы опубликовано 16 работ, в том числе 7 статей в ведущих отечественных и зарубежных журналах, рекомендованных ВАК для публикации материалов диссертаций, и 9 работ в сборниках тезисов и трудов конференций. Список публикаций, в полной мере отражающий основные научные результаты работы, приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации: работа состоит из введения, трех глав, заключения и библиографического списка, состоящего из **109** наименований. Объем диссертации составляет **106** страниц, включая **31** рисунок и **2** таблицы.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность работы, формулируются цели, задачи и методы исследования, а также кратко описывается изучаемый объект.

Первая глава посвящена изучению динамики квантованных вихрей перед реконнекциями.

В п. 1.1 приведена постановка задачи. Динамика квантованных вихревых петель (и нитей) существенно влияет на гидродинамические и термодинамические свойства сверхтекучего гелия. Особый интерес в динамике вихрей представляет изменение минимального расстояния между точками вихревых петель и их форма непосредственно перед реконнекцией, так как эти параметры оказывают существенное влияние на скорость реконнекций, а, следовательно, и на свойства вихревого клубка. Существующие численные результаты, описывающие зависимость минимального расстояния между точками вихревых петель от времени (Waele, PRL, 72, 1994):

$$\delta(t) = \sqrt{(\kappa/2\pi)(t_* - t)}, \quad (1)$$

где $\kappa = h/m_{\text{He}}$ – квант циркуляции, h – постоянная Планка, m_{He} – масса атома гелия, t_* – время перезамыкания (временной промежуток от начального момента моделирования до момента перезамыкания), не согласуются с данными экспериментов (Paoletti, Phys.D.: Non.Ph., 239, 2010):

$$\delta(t) = A\sqrt{\kappa(t_* - t)}(1 - c|t_* - t|), \quad (2)$$

где $A \sim 1.25$, и $c|t_* - t| \sim 0.15$. Выяснение причин данного расхождения являлось одной из задач первой главы диссертационной работы.

В п. 1.2 описан метод, используемый для изучения динамики вихревых нитей. В качестве такого метода выбран метод вихревой нити. Суть метода заключается в том, что незначительное изменение ядра квантованных вихрей игнорируется, а вихри аппроксимируются нитями с заданной структурой ядра. В расчетах вихревая нить аппроксимируется набором прямых вихревых отрезков, размеры которых много меньше межвихревого расстояния. Согласно данному подходу, в отсутствии нормальной компоненты гелия, скорость точки

вихревой нити определяется индуцированной скоростью от всей вихревой системы, которая вычисляется по уравнению Био-Савара:

$$\mathbf{V}_B = \frac{\kappa}{4\pi} \int_L \frac{(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}) \times d\mathbf{s}_1}{|\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}|^3},$$

где $\mathbf{s}, \mathbf{s}_1$ – радиус-векторы точек на вихревой нити, интегрирование ведется по всей конфигурации нитей. В отсутствии противотока нормальной и сверхтекучей компонент гелия ($V_{ns} = 0$), но при учете силы взаимного трения, уравнение движения принимает следующий вид:

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_B - \alpha \mathbf{s}' \times \mathbf{V}_B + \alpha' \mathbf{s}' \times [\mathbf{s}' \times \mathbf{V}_B],$$

где α, α' – зависящие от температуры коэффициенты трения, $\mathbf{s}'$ – касательный вектор. Последнее уравнение использовано при моделировании динамики реконnectирующих вихревых нитей.

В п. 1.3 детально описана вычислительная схема. Моделирование проводилось с использованием полного уравнения Био-Савара. Для интегрирования уравнений движения по времени использована схема Рунге-Кутты 4-ого порядка точности. Приведены результаты тестирования расчетного алгоритма и описание параметров моделирования. В качестве начальной конфигурации системы выбирались два кольца одинакового диаметра, лежащие в плоскостях, расположенных под углами φ : 0, 30, 45, 60 и 90 градусов относительно друг друга. Начальные радиусы вихревых колец R_0 варьировались от 10^{-7} до 10^{-5} м. Начальное расстояние между центрами вихревых колец Δ варьировалось от 1 до 2.5 начальных радиусов вихревых колец. Моделирование проведено при температурах T : 0 K, 1.3 K, 1.6 K и 1.9 K.

В п. 1.4 получены результаты, относящиеся к взаимному расположению ближайших элементов вихревых нитей перед реконnectией при различных температурах и начальных условиях. Установлено, что динамику вихревых нитей непосредственно перед переа замыканием можно разделить на три характерных временных интервала (различных по характеру сближения): универсальный, полууниверсальный и неуниверсальный. В универсальном интервале расстояние между ближайшими элементами вихревых нитей определяется уравнением (1) и не зависит от температуры и начального расположения вихревых нитей. На больших пространственных масштабах, трение оказывает существенное влияние на динамику вихревых петель (см. рис. 1 (а), сплошная линия). Для описания динамики на этих масштабах (в полууниверсальном интервале эволюции), $\delta(t)$ должна быть скорректирована. Полученные корректирующие множители, соответствующие уравнению (2), хорошо согласуются с экспериментальными данными (см. рис. 2).

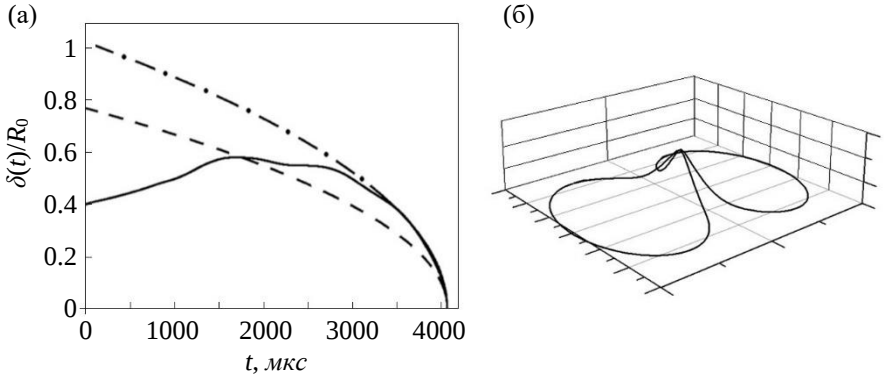


Рис. 1. (а) Зависимость минимального расстояния между точками вихревых петель от времени при $T = 1.6 \text{ K}$, $\varphi = 0$ и $\Delta = 2.4 \cdot 10^{-5} \text{ м}$. Сплошная линия соответствует данным моделирования, штриховая линия – уравнению (1), штрих-пунктирная – “уравнению типа (2)”; (б) Геометрическая конфигурация вихревых петель перед реконнекцией.

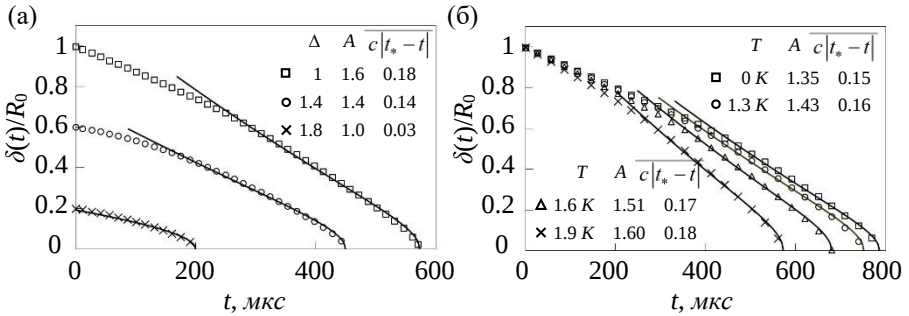


Рис. 2. Зависимость минимального расстояния между точками вихревых петель от времени. Параметры, соответствующие уравнению (2) приведены на легендах: (а) $T = 1.9 \text{ K}$, $\varphi = 90^\circ$ для различных Δ ; (б) $\Delta = 1$, $\varphi = 90^\circ$ для различных температур. Значки соответствуют данным моделирования, сплошные линии – аппроксимирующим функциям.

На еще больших расстояниях от точки реконнекции динамика вихревых петель не универсальна. На рис. 3 (а) представлены зависимости минимального расстояния между элементами вихревых нитей и параметра Δ_{sw} , фигурирующего в критерии реконнекции Шварца, от времени. При достижении $\delta(t)/R_0$ значений меньших, чем Δ_{sw}/R_0 , поведение системы резко изменяется (см. рис. 3 (б)), что выражается в увеличении скорости сближения элементов вихревых нитей и уменьшению локального радиуса кривизны. Установлено, что параметр Δ_{sw} соответствует границе между полууниверсальным и универсальным интервалами.

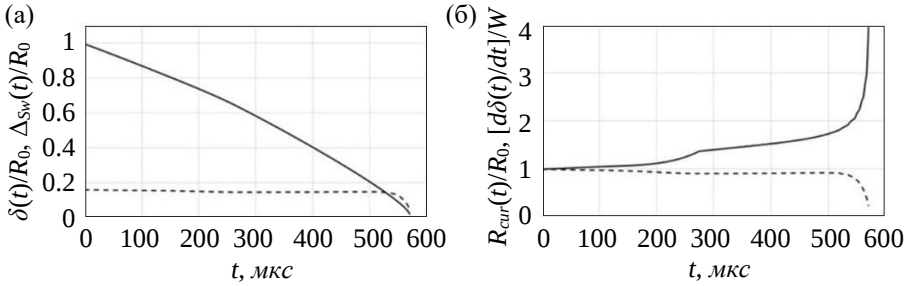


Рис. 3. (а) Сплошная линия соответствует $\delta(t)/R_0$, штриховая $\Delta_{Sw}(t)/R_0$; (б) Сплошная линия соответствует относительной скорости ближайших элементов вихревых нитей (нормированную на начальную относительную скорость вихревых петель – W), штриховая линия соответствует локальному радиусу кривизны, определенному в ближайших точках вихревых нитей. Вычисления проведены при $\varphi = 90^\circ$, $\Delta = 1$ и $T = 1.6$ K.

Установлено, что длина полууниверсального интервала уменьшается с увеличением температуры как $\sim 85 \alpha$ (в процентах), а длина универсального интервала практически не зависит от нее.

В п. 1.5 детально изучена геометрическая конфигурация вихревых нитей перед реконнекцией. Установлено, что в процессе эволюции ближайшие элементы вихревых нитей выходили из плоскости, образуя пирамидальную структуру – “кинк” (см. рис. 1 (б)). Исследование динамики пирамидальной структуры при приближении вихревых нитей друг к другу показало, что в универсальном интервале эволюции, углы при вершине пирамидальной структуры не изменяются со временем и практически не зависят от температуры и начальных условий (см. рис. 4).

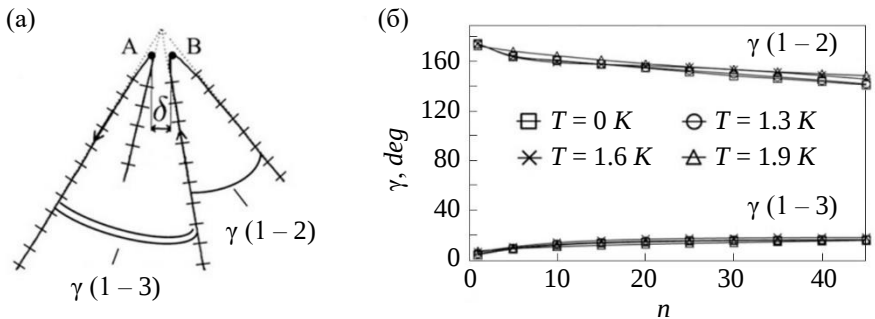


Рис. 4. (а) Схематичное изображение вихревых нитей перед реконнекцией и определения углов. Угол $\gamma(i-j)$ соответствует углу между сегментами (с одинаковым номером) “ветвей” вихрей i и j (нумерация начинается от вершины “пирамиды”); (б) Зависимость углов между сегментами вихревых нитей от номера сегмента n : при $\varphi = 90^\circ$, $\Delta = 1$ для различных температур.

Данное явление обусловлено тем, что при непосредственном приближении вихревых петель силы, связанные с их взаимным влиянием, начинают доминировать над силами, связанными с взаимодействием вихревых нитей с нормальной компонентой гелия. При осуществлении реконнекции, сближающиеся участки вихревых нитей переориентируются таким образом (с существенной деформацией участков вихревых нитей, прилежащих к пирамидальной структуре), чтобы направление векторов их циркуляции было противоположным.

В п. 1.6 приведены основные результаты, полученные в первой главе.

Вторая глава посвящена моделированию сверхтекучей турбулентности в противотоке нормальной и сверхтекучей компонент гелия при периодических граничных условиях.

В п. 2.1 приведена постановка задачи. Изначально простая вихревая структура, в процессе своей эволюции, например, в противотоке, может претерпеть значительные изменения и превратиться в стохастический вихревой клубок. В такой структуре происходит постоянное объединение и дробление вихревых петель (реконнекции), существенно влияющие на топологию и свойства вихревого клубка. На сегодняшний день, не существует аналитического описания процессов реконнекции, поэтому при их моделировании важно выбрать (или построить) критерий реконнекции, позволяющий правильно определять свойства вихревого клубка.

В п. 2.2 описана математическая постановка задачи. Уравнение движения для точки вихревой нити имеет следующий вид:

$$\mathbf{V}_L = \mathbf{V}_B + \alpha \mathbf{s}' \times (\mathbf{V}_{ns} - \mathbf{V}_B) - \alpha' \mathbf{s}' \times [\mathbf{s}' \times (\mathbf{V}_{ns} - \mathbf{V}_B)].$$

Обосновывается необходимость учета процессов реконнекций при моделировании динамики вихревого клубка.

В п. 2.3 описана вычислительная схема и приведены параметры моделирования. Интегрирование уравнения движения было проведено в локальном приближении, что существенно сократило вычислительные затраты. При моделировании процессов реконнекций был использован новый критерий, основанный на анализе движения элементов вихревых нитей. Суть критерия заключается в следующем, если сегменты вихревых нитей при своем движении пересекались в течение временного шага, то осуществлялся процесс реконнекции. Вычисления проведены при температуре $T = 1.6$ К. В качестве вычислительного объема был выбран куб с ребром равным 50 мкм. Расчеты были проведены при скоростях противотока 6, 8, 10, 12 см/с. В качестве начальной конфигурации системы задавались 24 случайно ориентированные вихревые кольца.

В п. 2.4 найдены некоторые важные свойства вихревого клубка. Установлено, что изначально гладкая система вихревых колец трансформируется в хаотический вихревой клубок. Достигнуто стационарное состояние вихревого клубка (см. рис. 5).

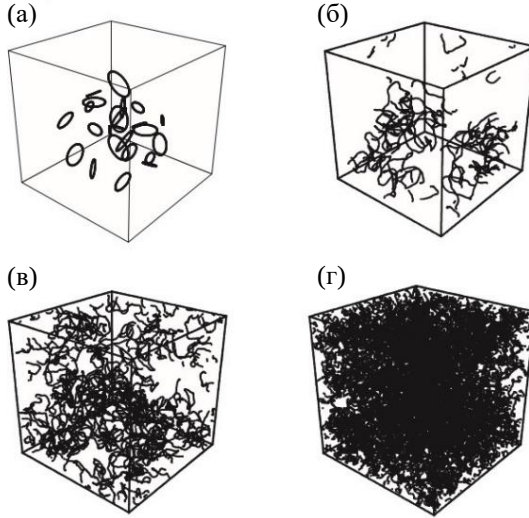


Рис. 5. Развитие вихревого клубка при $V_{ns} = 12 \text{ см/с}$ в моменты времени: (а) $t = 0 \text{ мс}$; (б) $t = 2 \text{ мс}$; (в) $t = 7 \text{ мс}$; (г) $t = 10.8 \text{ мс}$.

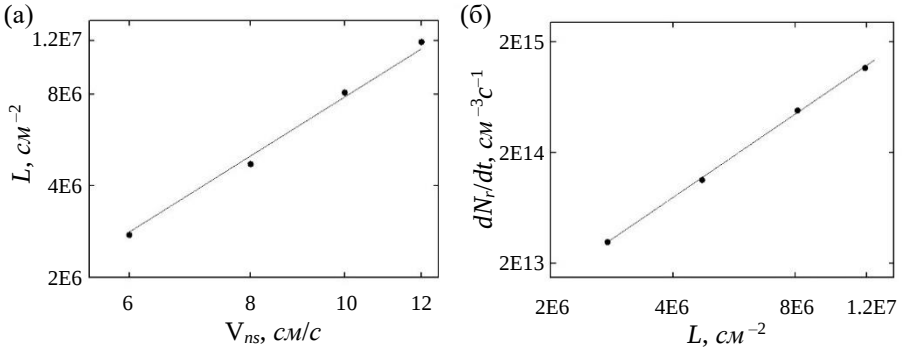


Рис. 6. (а) Зависимость плотности вихревых нитей от скорости противотока; (б) Зависимость скорости реконнекций от плотности вихревого клубка. Точки соответствуют данным моделирования, сплошные линии соответствуют их аппроксимациям.

В стационарном состоянии получена зависимость плотности вихревого клубка от скорости противотока: $L = \psi^2 V_{ns}^2$ с $\psi \sim 280 \text{ с/см}^2$ (см. рис. 6 (а)). Зависимость плотности вихревых нитей от противотока согласуется с зависимостью, полученной ранее в эксперименте Вайнена (Proc. R. Soc. Lond. A, 243, 1958).

Другой важной характеристикой вихревого клубка является количество реконнекций в единицу объема в единицу времени (скорость реконнекций).

Полученная при моделировании зависимость скорости реконнекций от плотности вихревых нитей имеет вид: $dN_r/dt = 2.47\kappa L^{5/2}$ (см. рис. 6 (б)). Данный результат качественно согласуется с теоретическими предсказаниями Немировского (PRL, 96, 2006).

В п. 2.5 приведены основные результаты, полученные во второй главе.

Третья глава посвящена изучению спектральных характеристик полей скорости, создаваемых различными конфигурациями квантованных вихревых нитей.

В п. 3.1 приведена постановка задачи. Мотивация данного исследования связана с проблемой моделирования классической турбулентности набором стохастических вихревых нитей, а также определением роли гидродинамического коллапса в формировании турбулентных спектров.

В п. 3.2 найдены энергетические спектры полей скорости, создаваемых различными конфигурациями хаотической вихревой петли.

В п. 3.2.1 выведено выражение для энергии хаотической вихревой петли в терминах конфигурации вихревой нити. На основе выражения для средней кинетической энергии потока, индуцируемой вихревой нитью, учитывая сосредоточенность завихренности вдоль вихревой нити, получено следующее соотношение:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty} d^3\mathbf{k} \left\langle \frac{1}{k^2} \frac{\rho_s \kappa^2}{2} \int_0^L \int_0^L \mathbf{s}'(\xi_1) \mathbf{s}'(\xi_2) d\xi_1 d\xi_2 e^{i\mathbf{k}(\mathbf{s}(\xi_1) - \mathbf{s}(\xi_2))} \right\rangle. \quad (3)$$

Выражение в угловых скобках является энергетическим спектром.

В п. 3.2.2 найдены фрактальные свойства хаотической вихревой петли, подчиняющейся различным статистическим моделям. Модель вихревой петли – корреляционная функция, определяемая как среднее скалярное произведение касательных векторов к вихревой петле в различных точках. Рассматриваются четыре модели вихревой петли: гладкая, степенная, броуновская, реальная. Для каждой из моделей определяется соотношение между длиной вихревой петли и средним квадратом расстояния между точками, принадлежащими вихревой петле, т.е. фрактальные свойства вихревых петель.

В п. 3.2.3 вычислен энергетический спектр, для всех моделей хаотической вихревой петли. Вычисления проводились на основе уравнения (3). Рассматривались четыре модели хаотической вихревой петли (введенные в п. 3.2.2). Получено, что для малых волновых чисел k в рамках всех моделей $E(k) \sim k^2$. На больших волновых числах в рамках различных моделей получены различные спектры $E(k)$, однако ни одна из моделей не дает спектр колмогоровского типа.

В п. 3.3 найдены энергетические спектры полей скорости, создаваемых различными вихревыми конфигурациями.

В п. 3.3.1 описан метод структурных функций. Для определения спектра поля скорости требуется нахождения структурной функции второго порядка. Структурная функция второго порядка определяется как изменение скорости между двумя точками пространства, спроектированное на отрезок, соединяющий эти две точки (и нормированное на длину отрезка l):

$$C_{ll}(l) = \langle \delta v_{\parallel}^2(l) \rangle,$$

где

$$\delta v_{\parallel}(l) = [\mathbf{v}(\mathbf{r} + \mathbf{l}) - \mathbf{v}(\mathbf{r})] \cdot \mathbf{l} / l.$$

Под угловыми скобками подразумевается усреднение по ансамблю. В теории Колмогорова (К41) показано, что для однородной и изотропной турбулентности $C_{ll}(l) \sim l^{2/3}$. Данная зависимость в k пространстве соответствует спектру $E(k) \sim k^{-5/3}$. В общем случае, используя преобразование Фурье, можно показать, что зависимости $C_{ll}(l) \sim l^{\beta}$ в пространстве координат, соответствует зависимость $E(k) \sim k^{-\beta-1}$ в пространстве волновых чисел.

В п. 3.3.2 найдены энергетические спектры полей скорости, создаваемых ближайшими элементами вихрей перед их реконнекцией. Для полей скоростей, соответствующих вихревым конфигурациям, описанным в п. 1.5, вычислены структурные функции второго порядка. В области вблизи точки реконнекции для двух несколько отличающихся конфигураций получены качественно похожие спектры, а именно: установлено, что на масштабах порядка размеров кинков (пирамидальных структур), $C_{ll}(l) \sim l^{2/3}$, а на меньших масштабах $C_{ll}(l) \sim l^0$ (см. сплошные линии на рис. 7). Данная ситуация соответствует спектрам $E(k) \sim k^{-5/3}$ и $E(k) \sim k^{-1}$, соответственно.

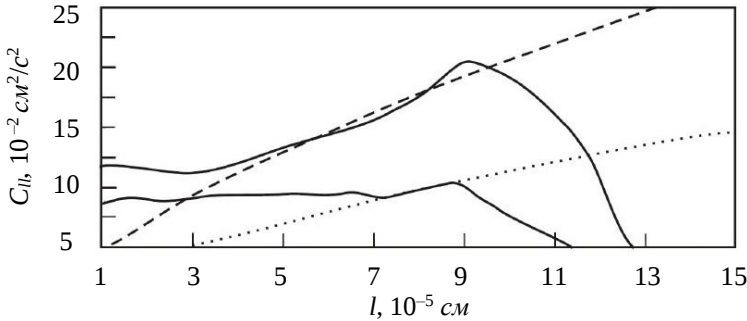


Рис. 7. Структурные функции в окрестности кинка – сплошные линии. Штриховая и пунктирная линии соответствуют функциям $\sim l^{2/3}$.

Таким образом, на масштабах порядка неоднородности, образующейся при взаимодействии вихревых нитей перед реконнекцией можно ожидать спектр колмогоровского типа, а на меньших масштабах спектр, аналогичный спектру,

создаваемому гладкой вихревой нитью. Причем, интенсивность диссипации, связанная с величиной амплитуды структурной функции (для классической турбулентности $C_{II}(l) \sim e^{2/3}$, где e - плотность диссипации энергии) существенно возрастает при сближении вихревых нитей (верхняя и нижняя сплошные линии рис. 7).

В п. 3.3.3 найдены энергетические спектры полей скорости, создаваемых реконнектирующими вихрями. Для установления влияния пространственной неоднородности на спектр всей системы, вычислена корреляционная функция в области $2R_0 \cdot 2R_0 \cdot 2R_0$, в которой расположены обе вихревых петли. На малых масштабах (характерный размер кинка) $C_{II}(l) \sim l^{0.6}$, что соответствует $E(k) \sim k^{-1.6}$, на больших масштабах $C_{II}(l) \sim l^{0.45}$, что соответствует $E(k) \sim k^{-1.45}$, на масштабах системы $C_{II}(l) \sim l^{-3}$, что соответствует $E(k) \sim k^2$ на малых k . Таким образом, единичная неоднородность не может создавать поля скорости со спектром, соответствующий колмогоровскому, тем более на масштабах системы. Наличие множества кинков, например, в плотном вихревом клубке, возможно, могли бы создавать спектр колмогоровского типа, этот вопрос обсуждается в следующем пункте.

В п. 3.3.4 найдены энергетические спектры полей скорости, создаваемых вихревыми клубками. На основе метода, описанного в п 3.3.1, вычислены структурные функции различных конфигураций вихревых клубков. Все полученные зависимости имеют два характерных участка. На масштабах порядка и меньше межвихревых расстояний при увеличении l наблюдается рост значений структурных функций. На больших масштабах структурные функции имеют очень слабую зависимость от l , а именно $C_{II}(l) \sim l^{0.05}$. Отметим, что характерные межвихревые расстояния, как было получено в работе Кондауровой (PRB, 89, 2014), изменяются в пределах от 0.005 до 0.04 см в зависимости от скорости противотока и температуры. Увеличение температуры и скорости противотока приводит к уменьшению межвихревых расстояний. Для всех температур зависимость структурных функций от l и V_{ns} качественно похожи. Отличия заключаются в значениях структурных функций и некоторому отличию в наклоне кривых на межвихревых масштабах. На масштабах порядка межвихревых наклоны аппроксимирующих кривых были равны: 0.3, 0.35 и 0.4 для температур: $T = 1.3$ K, $T = 1.6$ K и $T = 1.9$ K, соответственно. Данные значения соответствуют: $E(k) \sim k^{-1.3}$, $E(k) \sim k^{-1.35}$ и $E(k) \sim k^{-1.4}$. Таким образом, с увеличением температуры, а, следовательно, и числа реконнекций, спектр поля скорости, создаваемый вихревыми клубками на межвихревых масштабах, становится все более похожим на колмогоровский. На масштабах больших межвихревых, энергетический спектр имеет вид $E(k) \sim k^{-1}$.

В п. 3.4 приведены основные результаты, полученные в третьей главе.

В выводах приведены основные результаты работы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

- 1) Проведено детальное изучение динамики квантованных вихревых нитей перед реконнекциями при различных температурах и начальных условиях. Установлено, что в динамике сближения вихрей можно выделить три характерных этапа: универсальный, в котором расстояние между ближайшими элементами вихревых нитей $\delta(t) = \sqrt{(\kappa/2\pi)(t_* - t)}$, полууниверсальный, где $\delta(t) = A\sqrt{\kappa(t_* - t)}(1 - c|t_* - t|)$, а коэффициенты A и c зависят от температуры и неуниверсальный, где выделить общий характер зависимости не представляется возможным.
- 2) Установлено, что длина универсального интервала не зависит от температуры, а универсального уменьшается при увеличении температуры, пропорционально коэффициенту трения.
- 3) Найдено, что граница между универсальным и полууниверсальным интервалами соответствует расстоянию, на котором нелокальный вклад в уравнение Био-Савара сравнивается с локальным, т.е. взаимное взаимодействие вихревых нитей начинает доминировать над взаимодействием вихревых нитей с нормальной компонентой жидкости. При достижении ближайшими элементами вихревых нитей такого расстояния, поведение системы резко меняется: скорость сближения элементов вихревых нитей растет, а локальный радиус кривизны уменьшается.
- 4) Установлено, что в полууниверсальном интервале эволюции, ближайшие участки вихревых нитей начинают деформироваться, образуя пирамидальную структуру, причем изменение углов при вершине пирамидальной структуры зависит от температуры. В универсальном интервале угол при верхней вершине пирамиды практически не зависит от времени и температуры.
- 5) Установлено, что при осуществлении реконнекции, сближающиеся элементы вихревых нитей переориентируются таким образом, чтобы направление векторов их циркуляции было противоположным.
- 6) Впервые исследована динамика вихревого клубка с применением нового критерия реконнекций, основанного на анализе динамики элементов вихревых нитей. Получены связи скорости реконнекций с плотностью вихревого клубка $dN_r/dt = 2.47\kappa L^{5/2}$ и плотности вихревого клубка со скоростью противотока нормальной и сверхтекучей компонент гелия $L = \psi^2 V_{ns}^2$ ($\psi \sim 280 \text{ с/см}^2$).

- 7) Проведено изучение спектральных характеристик полей скорости, создаваемых одиночной хаотической вихревой петлей, подчиняющейся различным статистическим моделям. Установлено, что при малых волновых числах для всех моделей вихревых петель $E(k) \sim k^2$, при больших k наблюдаются различия, так гладкая и реальные петли дают $E(k) \sim k^{-1}$, броуновская $E(k) \sim \text{const}$, степенная $E(k) \sim k^{H_d-2}$ (H_d – хаусдорфова размерность), т.е. в рамках модели хаотической вихревой петли не может быть получен спектр колмогоровского типа.
- 8) Найдены энергетические спектры полей скорости, индуцированных реконнектирующими вихревыми нитями. Установлено, что конфигурации, образуемые ближайшими элементами вихревых нитей перед реконнекцией (в универсальном интервале эволюции), создают поля скорости со спектрами близкими к колмогоровскому, на соответствующих масштабах.
- 9) Найдены спектры энергии полей скорости, создаваемых вихревыми клубками в противотоке при различных температурах. На межвихревых масштабах $E(k) \sim k^{-\beta}$, причем значение коэффициента β увеличивается от 1.3 до 1.4 при увеличении температуры от 1.3 K до 1.9 K, что может быть обусловлено увеличением числа реконнекций, связанных с увеличением плотности вихревого клубка. На масштабах больше межвихревых $E(k) \sim k^{-1}$. Установлено, что интенсивность диссипации энергии увеличивается при увеличении скорости противотока.

СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

- 1) Немировский С.К., Андриященко В.А. Энергетический спектр поля скорости, индуцируемого фрактальной вихревой нитью в сверхтекучем гелии // Физика низких температур. – 2008. – Т. 34, № 4/5. – С. 373-379.
- 2) Kondavrova L.P., Andryushchenko V.A., Nemirovskii S.K. Numerical simulation of superfluid turbulence under periodic conditions // Journal of Low Temperature Physics. – 2008. – V. 150, Issue 3/4. – P. 415-419.
- 3) Кондаурова Л.П., Андриященко В.А., Немировский С.К. Численное моделирование динамики вихревого клубка в сверхтекучем гелии // Вычислительные технологии. – 2010. – Т. 15, № 2. – С. 41-51.
- 4) Andryushchenko V.A., Kondaurova L.P., Nemirovskii S.K. Dynamics of quantized vortices before reconnection // Journal of Low Temperature Physics. – 2016. – V. 185, Issue 5. – P. 377-383.

- 5) Андриющенко В.А., Немировский С.К. Коллапсирующие вихревые нити и спектр квантовой турбулентности // Физика низких температур. – 2017. – Т. 43, № 1. – С. 150-159.
- 6) Андриющенко В.А., Кондаурова Л.П. Энергетические спектры квантовой турбулентности при наличии противотока для различных температур // Физика низких температур. – 2017. – Т. 43, № 2. – С. 245-252.
- 7) Andryushchenko V.A., Kondaurova L.P., Nemirovskii S.K. Dynamics of non-planar quantized vortex rings before reconnection at finite temperatures // Journal of Low Temperature Physics. – 2017. – V. 187, Issue 5/6. – P. 523-530.

Публикации в трудах и тезисах конференций:

- 8) Андриющенко В.А. Энергия стохастической вихревой нити в сверхтекучем гелии // Всероссийская научная конференция студентов физиков – 12, Новосибирск, 23–29 марта 2006. – С. 382.
- 9) Андриющенко В.А. Энергия стохастической вихревой нити в сверхтекучем гелии // Международная научная студенческая конференция – 44, Новосибирск, 11–13 апреля 2006. – С. 24.
- 10) Kondaurova L.P., Andruschenko V.A., Nemirovskii S.K. Numerical simulation of superfluid turbulence under periodic conditions // International Symposium on Quantum Fluids and Solids, Kazan, 1–6 August 2007. – P. 152.
- 11) Андриющенко В.А., Кондаурова Л.П., Немировский С.К. Динамика квантованных вихревых нитей перед перезамыканием // XXXVII Совецание по физике низких температур: программа и тезисы докладов. Казань, 29 июня – 3 июля 2015. – С. 251-252.
- 12) Андриющенко В.А., Кондаурова Л.П., Немировский С.К. Численное моделирование динамики коллапсирующих вихревых петель в сверхтекучем гелии // Международная конференция: Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики. Тезисы. Новосибирск, 19–23 октября 2015. – С. 115.
- 13) Андриющенко В.А., Кондаурова Л.П., Немировский С.К. Численное моделирование динамики коллапсирующих вихревых петель в сверхтекучем гелии // Труды международной конференции: Актуальные проблемы вычислительной и прикладной математики. 2015. – С. 56–61.
- 14) Andryushchenko V., Kondaurova L., Nemirovskii S. Reconnections of quantized vortices at finite temperatures // Euromech colloquium 581. Dynamics of concentrated vortices, Novosibirsk, May 30 – June 1 2016. – P. 20–21.

- 15) Андриященко В.А., Немировский С.К. Роль коллапсирующих вихревых нитей в формировании спектра квантовой турбулентности // XXXIII Сибирский теплофизический семинар: тезисы докладов. Новосибирск, 6-8 июня 2017. – С. 25.
- 16) Андриященко В.А., Кондаурова Л.П. Энергетические спектры квантовой турбулентности в противотоке нормальной и сверхтекучей компонент гелия // XXXIII Сибирский теплофизический семинар: тезисы докладов. Новосибирск, 6-8 июня 2017. – С. 25.

Подписано к печати 7 августа 2017 г. Заказ № 35
Формат 60/84/16. Объем 1 уч.-изд. л. Тираж 110 экз.

Отпечатано в Институте теплофизики СО РАН
630090, Новосибирск, пр. Ак. Лаврентьева, 1