

Лекции 29 и 30

Вопросы из ПРОГРАММЫ-МИНИМУМ
кандидатского экзамена по специальности
01.04.14 "Теплофизика и теоретическая теплотехника"

(по физ.-мат. наукам)

Конвективный теплообмен.

Теплообмен и сопротивление в многофазных средах.

(по технич. наукам)

Режимы течения двухфазных потоков в трубах. Характер изменения среднемассовой температуры жидкости, температуры стенки, расходного массового паросодержания по длине обогреваемого канала. Кипение жидкости, недогретой до температуры насыщения. Кризис теплоотдачи при кипении в трубах.

Эмпирические законы переноса (Фика). Физический смысл чисел подобия конвективного массообмена. Тройная аналогия.

Совместные процессы тепло- и массопереноса. Состав смеси, диффузионные потоки, коэффициент диффузии. Аналогия процессов тепло- и массообмена.

Вопросы из ПРОГРАММЫ
кандидатского экзамена по специальности
2.4.6 “Теоретическая и прикладная теплотехника”

Режимы течения двухфазных потоков в трубах. Характер изменения среднемассовой температуры жидкости, температуры стенки, расходного массового паросодержания по длине обогреваемого канала. Кипение жидкости, недогретой до температуры насыщения. Кризис теплоотдачи при кипении в трубах.

Совместные процессы тепло- и массопереноса. Состав смеси, диффузионные потоки, коэффициент диффузии.

Эмпирические законы переноса (Фика). Критерии подобия и их физический смысл.

Аналогия процессов тепло- и массообмена. Тройная аналогия.

Содержание лекций 29 и 30:

Возникновение пленочного кипения, минуя стадию пузырькового

Кризисы кипения 1-го и 2-го рода

Структура парожидкостного потока при кипении в вертикальной обогреваемой трубе

Наиболее часто «используемые» эмпирические формулы

ПЕРЕНОС В ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЕ

Уравнение переноса в двухкомпонентной среде. Закон Фика

Замечания к закону Фика

Критерии подобия в процессах диффузии

Краевые условия для уравнения диффузии

Особенности задач диффузии в жидких и газовых смесях

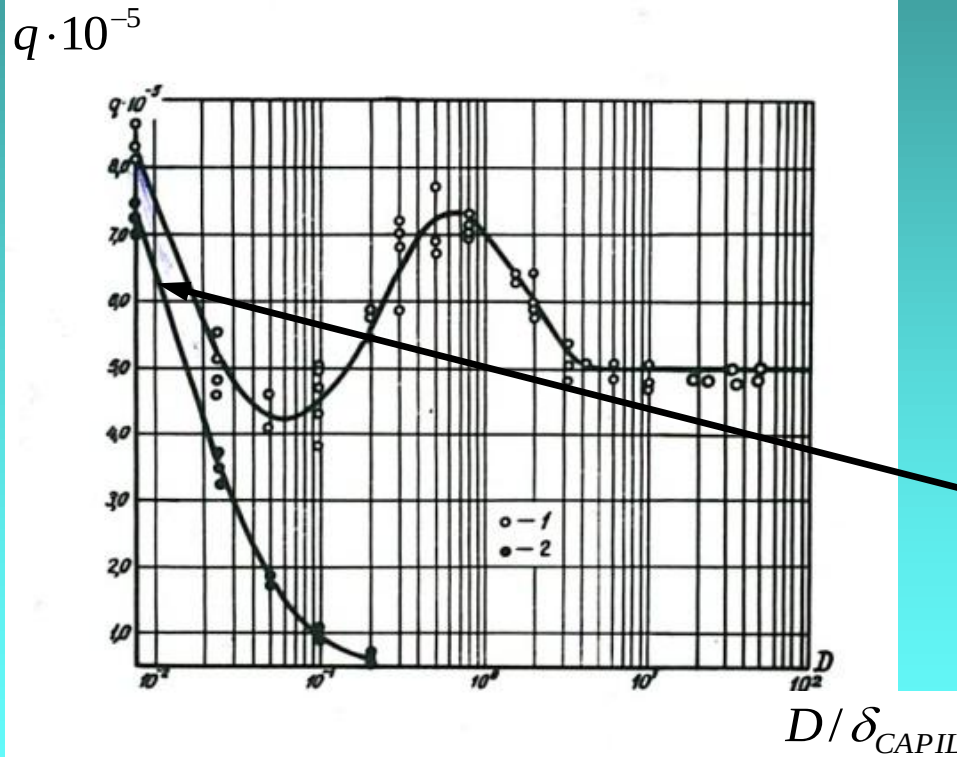
Диффузионный пограничный слой. Аналогия процессов теплообмена и массообмена

Тройная аналогия

Возникновение пленочного кипения, минуя стадию пузырькового

В этой Лекции теплоту фазового перехода обозначаем r
(чтобы не путать с характерным размером L)

1)



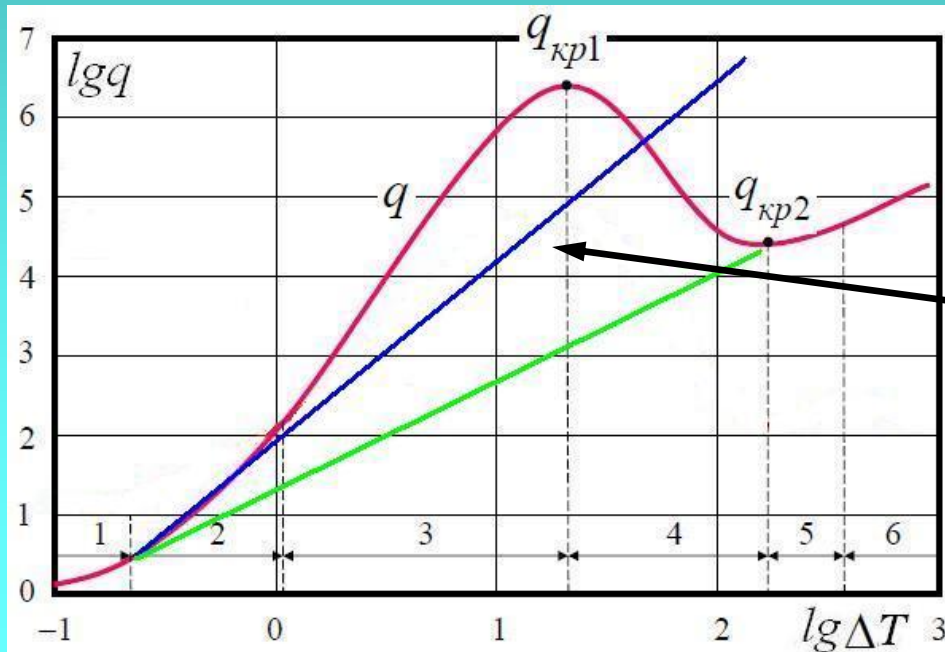
При кипении на тонких трубках, проволоках диаметром $D \ll \delta_{CAPIL}$ практически исчезает область пузырькового кипения (слабо фиксируется при обратном ходе). После начала кипения пузырек сразу обволакивает тонкую проволоку - кризис

Возникновение пленочного кипения, минуя стадию пузырькового

2)

На поверхности, обедненной гетерогенными центрами, возможен значительный перегрев пристенного слоя и взрывное вскипание даже при медленном увеличении теплового потока. Критический размер зародыша велик (маловероятен) при низких давлениях, а для металлов - и при умеренных (высокие T, σ)

$$r_{CR} \cong \frac{2\sigma}{\Delta P} \cong \frac{2\sigma T}{r\rho_G \Delta T} \cong \frac{2\sigma R T^2}{rP\mu \Delta T}$$



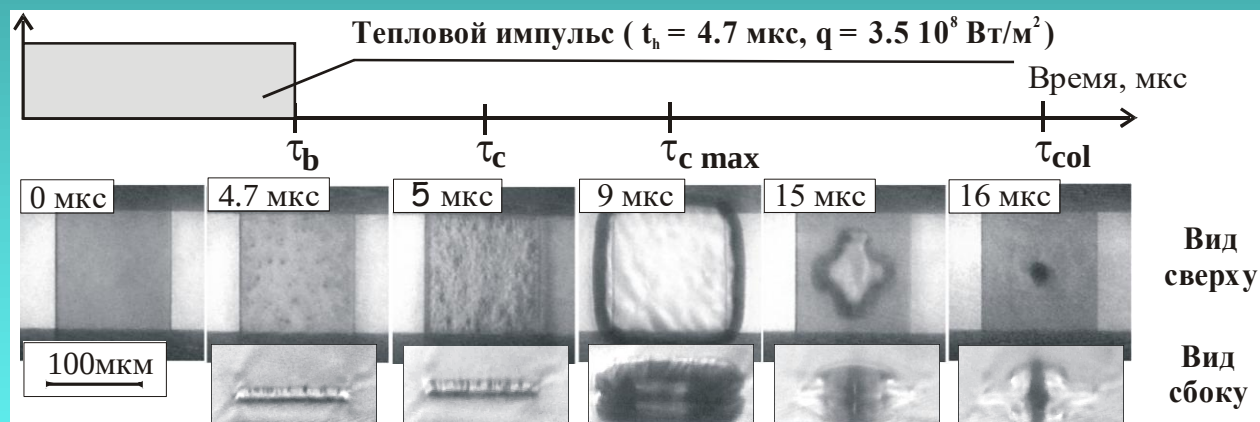
Может затягиваться режим свободной конвекции до высоких перегревов (синяя линия);

Возникновение пленочного кипения, минуя стадию пузырькового

3)

Взрывное вскипание при скачкообразном набросе «закритического» теплового потока ($q > q_{KP,1}$).

Температура максимального перегрева достигается даже для «грязных» жидкостей, т.е., при наличии большого количества гетерогенных центров



На самом деле, пузырьковая стадия существует начальное время (обычно - наносекунды). Затем облако пузырьков сливается в паровой слой

Кризисы кипения 1-го и 2-го рода

Кризисы кипения, связанные с переходом **пузырькового** кипения в **пленочное** и **наоборот** — **пленочного** в **пузырьковое** называются **кризисами 1-го рода** (мы рассмотрели).

В этом случае при смене режимов кипения имеет место **коренное изменение механизма теплообмена и его интенсивности**. Характерными для кризисов кипения 1-го рода являются **критические плотности теплового потока**.

Возникновение так называемого **кризиса 2-го рода** связано с процессами парообразования (кипения) при движении жидкости в обогреваемых каналах.

Важный параметр при описании **кризиса 2-го рода**:

$$x = \frac{J_G}{J_G + J_L} = \frac{J_G}{J}$$

- расходное (массовое) паросодержание парожидкостной смеси

где

J_G

- масса пара, проходящее в ед. времени через сечение канал

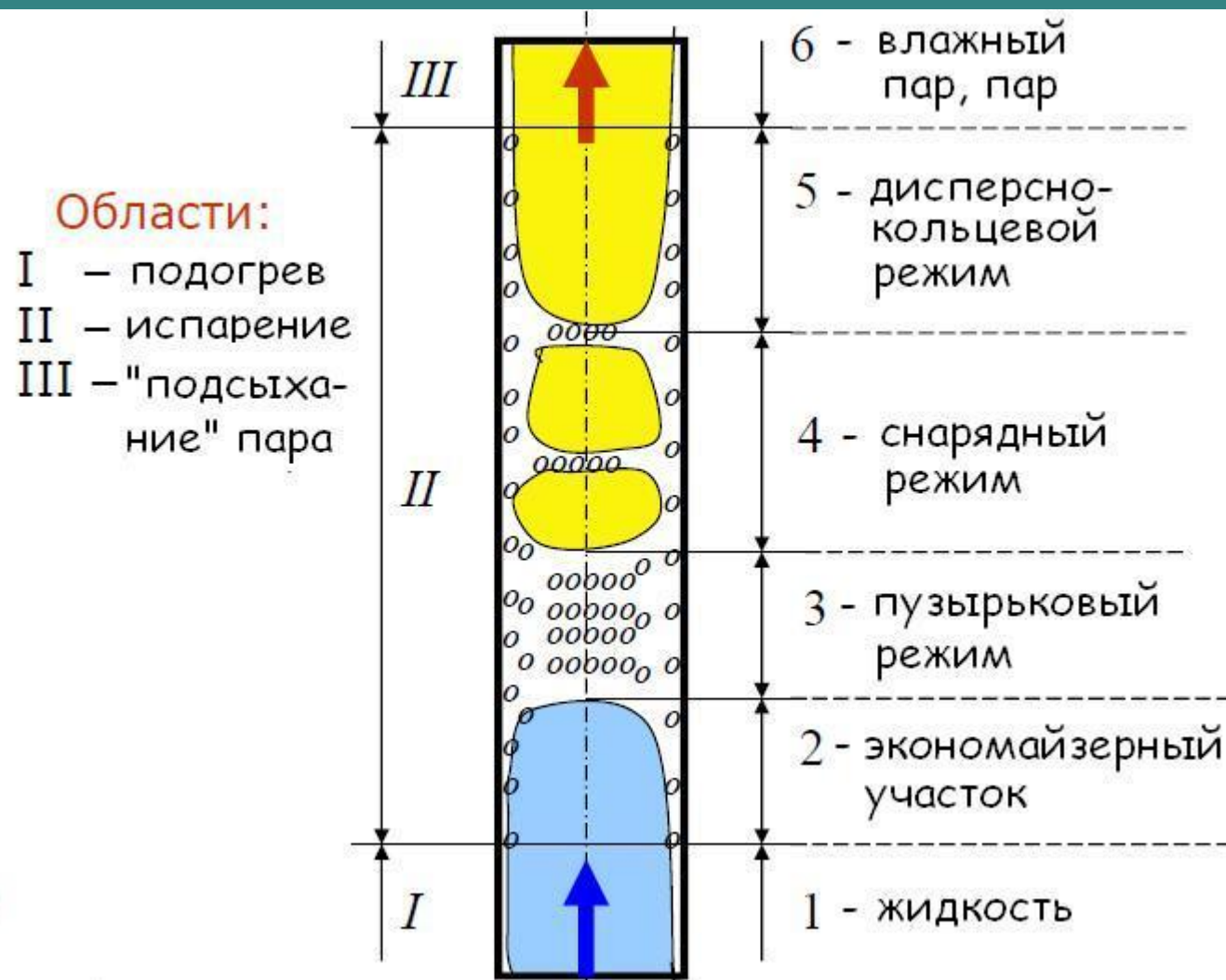
J_L

- масса жидкости, проходящее в ед. времени через сечение канал

$$j = J/S$$

- удельный массовый расход парожидкостной смеси,
здесь S - площадь сечения канала

Структура парожидкостного потока при кипении в вертикальной обогреваемой трубе



на стенках - жидкая пленка, в центре - пар с каплями жидкости

снарядом называют большой пузырь, занимающий почти все сечение канала

жидкость внутри недогрета, а у стенок пузырьковое кипение

В обогреваемых каналах расходное (массовое) паросодержание растёт

Кризис 2-го рода характеризуют **ухудшение теплоотдачи**, возникающее в момент **высыхания** кольцевой пленки жидкости на стенке канала (переход от **дисперсно-кольцевого** к **дисперсному** режиму. Характерной величиной для этих кризисов является граничное (критическое) расходное паросодержание X_{KP} .

В отличие от кризиса 1-го рода **кризис 2-го рода** может возникнуть при любом значении q как только расходное паросодержание достигнет некоторого граничного значения X_{KP} , которое определяется состоянием двухфазного потока.

Разные исследователи, в зависимости от жидкостей, геометрии каналов, параметров эксперимента используют **различные формулы** для определения граничного значения

Наиболее часто «используемые» эмпирические формулы

$$x_{KP} = 1 - 0,86 \cdot \exp\left(-\frac{19}{\sqrt{We}}\right)$$

(Гальченко Э. и др., 1983)

Здесь

$$We = \frac{j^2 d_{HYD}}{\sigma \rho_L}$$

- **критерий Вебера**, который отражает соотношение динамических к силам поверхностного натяжения, Использование критерия логично, так как он «сильно» влияет на смену режимов течения (см. слайд 7)

$$d_{HYD} = \frac{4S}{\Pi}$$

- **гидравлический диаметр** канала, здесь Π - периметр сечения канала (для окружности круглого сечения и квадратного получается естественный размер - диаметр круга и сторона квадрата, соответственно)

$$x_{KP} = \frac{1}{1,2 + 0,016 \cdot We \cdot Re^{-0,2}} + 0,25$$

(Левитан Л. и др., 1981)

Здесь

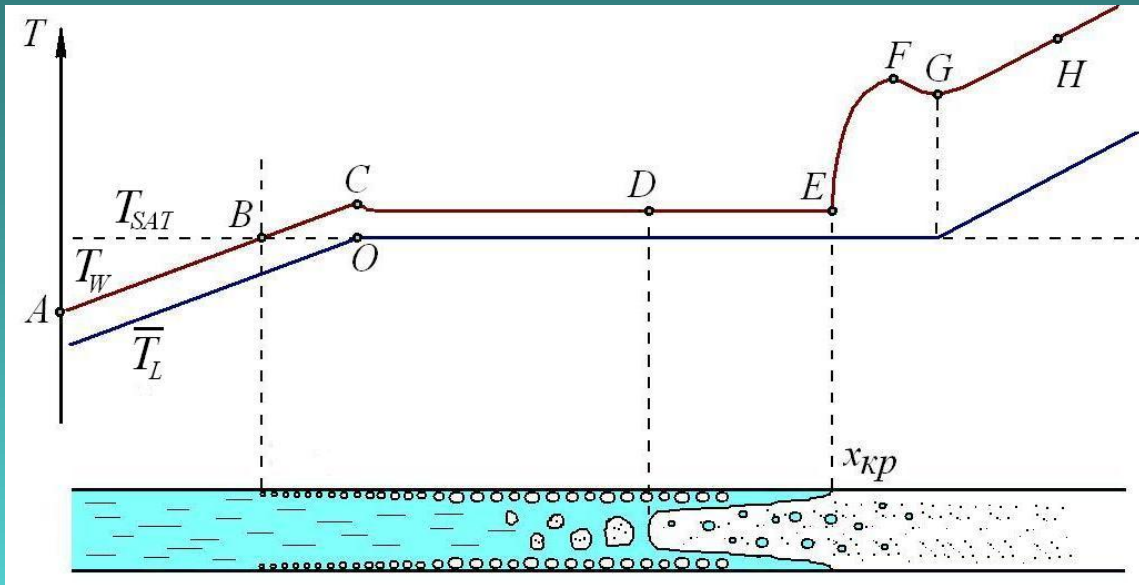
$$Re = \frac{j d_{HYD}}{\eta_L}$$

Или систематизированное ее обобщение

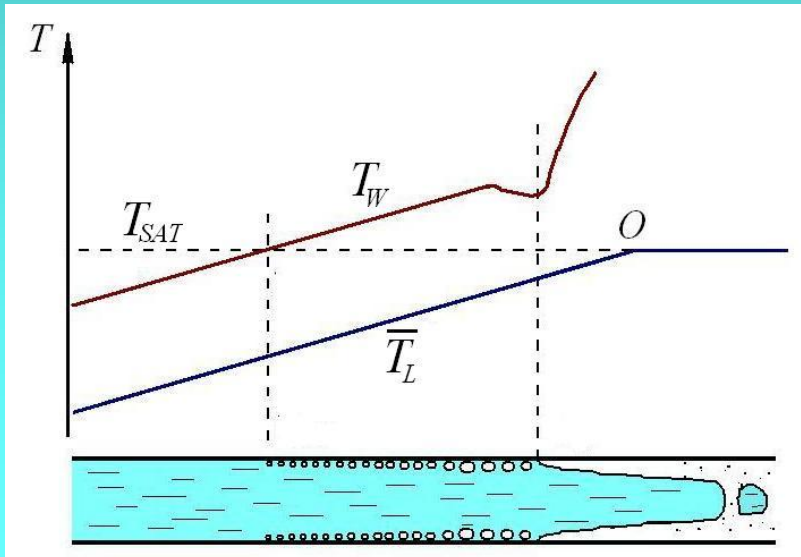
$$x_{KP} = \frac{1}{1,2 + 0,016 \cdot We \cdot Re^{-0,2} [1 + 0,00018 \cdot (\rho_L / \rho_G)^2]} + 0,25$$

(Ивашкевич А., 1990)

Изменение среднemasсовой температуры потока $\bar{T}_L$ и стенки T_W по длине парогенерирующего канала. T_{SAT} - температура насыщения для данного давления



а) при **малых** потоках массы и тепловых потоках



б) при **больших** потоках массы и тепловых потоках

Формируется пленочный режим кипения (очень похоже на кризис 1-го рода), **различие** (с кризисом в большом объеме) - в ядре потока - недогретая до температуры насыщения жидкость

ПЕРЕНОС В ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СРЕДЕ

Уравнение переноса в двухкомпонентной среде. Закон Фика

Во всех предыдущих разделах предполагалось, что сплошная среда полностью однородна по составу. Если же мы имеем дело со смесью жидкостей или газов), состав которой меняется вдоль ее объема (в том числе и за счет химических реакций), то уравнения переноса существенно изменяются.

Например, при конденсации пара или при кипении жидкости наряду с теплообменом происходит массообмен. Пар путем диффузии распространяется в паро-газовом потоке, при этом изменяются режим течения и интенсивность теплоотдачи.

Диффузия – это самопроизвольное распределение концентраций внутри фаз.

При этом происходит перенос вещества (массы) из области с большей его концентрацией в область с меньшей.

Как и теплообмен, диффузия (массообмен) может осуществляться как молекулярным так и конвективным способами.

Компонент (смеси) – понятие, связанное с различными по химическому составу веществами. Воздух – многокомпонентный газ (смесь), состоящий из азота, кислорода, углекислого газа и т.д

Далее ограничимся рассмотрением лишь **двухкомпонентной** среды (или, говорят, **бинарной смеси**). Задача легко обобщается на случай N компонентов.

Вначале определения:

ρ_1, ρ_2 - приведенные плотности 1-го, 2-го компонента, [Кг/м³] (масса 1-го и 2-го компонента в единице объема смеси).

$$\rho_1 + \rho_2 = \rho \text{ - полная плотность смеси}$$

$$c_n = \frac{\rho_n}{\rho}$$

- концентрация n -го компонента (масса n -го в единице массы смеси),
 $c_1 + c_2 = 1$

Пусть $\vec{u}_n$ - средняя скорость n -го компонента.

Средняя скорость всей смеси $\vec{u}$ - средняя массовая скорость (скорость центра масс) -

$$\vec{u} = \frac{\rho_1 \vec{u}_1 + \rho_2 \vec{u}_2}{\rho_1 + \rho_2} = c_1 \vec{u}_1 + c_2 \vec{u}_2$$

Плотность полного потока n -го компонента $\vec{j}_n^{TOTAL} = \rho_n \vec{u}_n$

$$\vec{j}_1^{TOTAL} + \vec{j}_2^{TOTAL} = \rho_1 \vec{u}_1 + \rho_2 \vec{u}_2 = \rho \vec{u}$$

- сумма плотностей полных потоков двух компонент равна плотности конвективного потока массы смеси как целого.
Это просто «правильное» определение скорости.

Скорость диффузии n -го компонента $\vec{v}_n = \vec{u}_n - \vec{u}$

Плотность диффузионного потока n -го компонента -

$$\vec{j}_n^{MOL} = \rho_n \vec{v}_n = \rho_n (\vec{u}_n - \vec{u})$$

$$\vec{j}_1^{MOL} + \vec{j}_2^{MOL} = \rho_1 (\vec{u}_1 - \vec{u}) + \rho_2 (\vec{u}_2 - \vec{u}) = \rho \vec{u} - \rho \vec{u} = 0$$

$$\vec{j}_n^{TOTAL} = \rho_n \vec{u}_n = \rho_n \vec{u} + \vec{j}_n^{MOL} = \vec{j}_n^{CONV} + \vec{j}_n^{MOL}$$

Откуда, естественный результат - $\vec{j}_n^{CONV} = \rho_n \vec{u}$

Для вывода уравнения переноса массы n -го компонента в бинарной смеси в уравнении переноса общего вида

$$\frac{\partial \rho a}{\partial t} + \frac{\partial \rho a u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial q_{A,i}^{MOL}}{\partial x_i} - \sigma_A = 0$$

необходимо положить

$$A = M_n, \quad a = c_n, \quad \sigma_A = \sigma_n$$

$$\frac{\partial \rho c_n}{\partial t} + \frac{\partial q_{n,i}^{CONV}}{\partial x_i} + \frac{\partial q_{n,i}^{MOL}}{\partial x_i} - \sigma_n = \frac{\partial \rho c_n u_i}{\partial x_i} + \frac{\partial q_{n,i}^{MOL}}{\partial x_i} - \sigma_n = 0$$

или

$$\frac{\partial \rho c_n}{\partial t} + \operatorname{div}(\rho c_n \vec{u}) + \operatorname{div} \vec{q}_n^{MOL} - \sigma_n = 0$$

В бинарной смеси из закона сохранения массы $\sigma_1 + \sigma_2 = 0$

В однородной по температуре и давлению смеси плотность диффузионного потока массы (за счет молекулярной диффузии), например, 1-го компонента определяется законом **Фика** $\vec{j}_1^{MOL} = -D \text{grad} \rho_1 = -\rho D \text{grad} c_1$

или

$$j_{1,i}^{MOL} = -D \frac{\partial \rho_1}{\partial x_i} = -\rho D \frac{\partial c_1}{\partial x_i}$$

где **D -коэффициент молекулярной диффузии 1-го компонента относительно 2-го.** Обычно D кратко называют коэффициентом диффузии. Его размерность, как и коэффициента кинематической вязкости и температуропроводности - $[m^2/c]$.

Из кинетической теории газов следует, что **коэффициент диффузии D** возрастает с увеличением температуры и уменьшается с ростом давления. (Это понятно так как для не очень плотных газов так же себя ведет температуропроводность и кинематическая вязкость)

В бинарной смеси коэффициент **диффузии** будет **одинаковым для 1-го и для 2-го** взаимно диффундирующих компонентов, то есть

$$j_{2,i}^{MOL} = -j_{1,i}^{MOL} = D \frac{\partial \rho_1}{\partial x_i} = \rho D \frac{\partial c_1}{\partial x_i} = -\rho D \frac{\partial c_2}{\partial x_i}$$

Считая $\rho \approx const$

Это следует из

$$\vec{j}_1^{MOL} + \vec{j}_2^{MOL} = \rho_1(\vec{u}_1 - \vec{u}) + \rho_2(\vec{u}_2 - \vec{u}) = \rho \vec{u} - \rho \vec{u} = 0$$

Если температура смеси переменна, то возникает так называемая **термическая диффузия (эффект Соре)**.

Из кинетической теории газов следует, что если массы молекул компонентов различны, то более тяжелые молекулы стремятся в холодную область; если же массы одинаковы, то в холодную область стремятся более крупные молекулы.

Если в смеси имеет место градиент полного давления, то может возникнуть **бародиффузия**. При бародиффузии тяжелые молекулы стремятся перейти в область повышенного, а легкие - в область пониженного давления (**сила Архимеда**).

С учетом «обычной» диффузии, термодиффузии и бародиффузии плотность диффузионного потока массы 1-го компонента описывается **«обобщенным законом Фика»**:

$$j_{1,i}^{MOL} = -\rho \left(D \frac{\partial c_1}{\partial x_i} + \frac{D_T}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{D_P}{P} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right)$$

$$j_{1,i}^{MOL} = -\rho \left(D \frac{\partial c_1}{\partial x_i} + \frac{D_T}{T} \frac{\partial T}{\partial x_i} + \frac{D_P}{P} \frac{\partial p}{\partial x_i} \right)$$

где $D_T = k_T D$ - коэффициент **термодиффузии**, $D_P = k_P D$ - коэффициент **бародиффузии**, которые имеют ту же размерность, что и коэффициент «обычной» диффузии D . Безразмерный коэффициент $k_T = D_T/D$ называется термодиффузионным отношением, а $k_P = D_P/D$ - **бародиффузионным отношением**.

Для бинарной смеси, например, газов величина k_P определяется формулой

$$k_P = c_1 c_2 \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu}$$

где μ_1, μ_2, μ - молярные массы 1-го, 2-го компонентов, смеси.

Как видно **бародиффузия** мала при близких молярных массах и малой концентрации одного из компонентов. **Термодиффузия** существенна только при больших перепадах температуры, так как обычно $k_T = D_T/D \ll 1$.

В дальнейшем мы будем учитывать только «обычную» диффузию, то есть закон Фика в форме

$$j_{n,i}^{MOL} = -\rho D \frac{\partial c_n}{\partial x_i}$$

Замечания к закону Фика

Если бы в молекулярные потоки тепла и массы входили независимые градиенты температур и давления, то в интеграл производства энтропии вошло бы произведение $\nabla P \cdot \nabla T$, и производство энтропии не было бы существенно положительным, (**знаки градиентов могут быть разными**) что невозможно (подробнее, например, в Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика).

Поэтому, в
общем виде

$$\begin{aligned}\vec{j}_1^{MOL} &= -\alpha \vec{\nabla} \mu - \beta \vec{\nabla} T \\ \vec{q}_{HEAT}^{MOL} &= -\delta \vec{\nabla} \mu - \gamma \vec{\nabla} T + \mu \cdot \vec{j}_1^{MOL}\end{aligned}$$

Между коэффициентами существуют соотношения, являющиеся следствием принципа симметрии кинетических коэффициентов (**из неравновесной термодинамики следует**).

$$\begin{aligned}\vec{j}_1^{MOL} &= -\rho D \left[\vec{\nabla} c_1 + \frac{k_T}{T} \vec{\nabla} T + \frac{k_P}{P} \vec{\nabla} p \right] \\ \vec{q}_{HEAT}^{MOL} &= -\lambda \vec{\nabla} T + \left[k_T \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{p,T} - T \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{p,c} + \mu \right] \vec{j}_1^{MOL}\end{aligned}$$

Частный случай - уравнение **диффузии** и **теплопроводности** в приближении постоянных коэффициентов переноса, в пренебрежении **бародиффузией**, **конвекцией** (подробнее, Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика):

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \Delta c + D \frac{k_T}{T} \Delta T$$
$$\frac{\partial T}{\partial t} - k_T \frac{k_T}{C_p} \left(\frac{\partial \mu}{\partial c} \right)_{p,T} \frac{\partial c}{\partial t} = a \Delta T$$

Уравнения переноса массы 1-го компонента и 2-го компонента в бинарной смеси только с использованием **классического закона Фика** (уравнения **диффузии** иначе) запишутся в виде:

$$\frac{\partial \rho c_1}{\partial t} + \frac{\partial \rho c_1 u_i}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \rho D \frac{\partial c_1}{\partial x_i} - \sigma_1 = 0$$

$$\frac{\partial \rho c_2}{\partial t} + \frac{\partial \rho c_2 u_i}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_i} \rho D \frac{\partial c_2}{\partial x_i} - \sigma_2 = 0$$

Если сложить эти уравнения, то, принимая во внимание

$$\vec{u} = \frac{\rho_1 u_{1,i} + \rho_2 u_{2,i}}{\rho_1 + \rho_2} = c_1 u_{1,i} + c_2 u_{2,i}$$

$$\sigma_1 + \sigma_2 = 0$$

получим уравнение переноса массы (уравнение неразрывности) для смеси в целом

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u_i}{\partial x_i} = 0$$

Эти три уравнения **зависимы**. Поэтому обычно оставляют уравнение неразрывности смеси и уравнение переноса для одного из компонентов.

Критерии подобия в процессах диффузии

По аналогии с задачами теплообмена в однокомпонентной среде, перенос вещества в многокомпонентной среде совместно происходящими процессами молекулярной диффузии и конвекции называют **конвективным массообменом**.

Особый практический интерес представляют процессы совместного теплообмена и массообмена при испарении, сублимации, конденсации, абсорбции, адсорбции, десорбции и т.п.

Аналогично теплоотдаче **конвективный массообмен между жидкой или твердой поверхностью и окружающей средой называют массоотдачей**.

Исторически было введено понятие коэффициента массоотдачи β (см. коэффициент теплоотдачи α) как коэффициента пропорциональности между потоком массы, например, 1-го компонента смеси на границе и разностью приведенной плотности компонента на границе раздела фаз и вдали от нее:

$$j_1 = \beta(\rho_{1,\infty} - \rho_{1,BOUND}) = \beta\rho\Delta c_1 = \beta\rho(c_{1,\infty} - c_{1,BOUND}), \quad [j_1] = \text{кг/м}^2\text{с}, \quad [\beta] = \text{м/с}$$

β - величина искомая (экспериментально либо расчетно определяемая)

Обезразмерим уравнение диффузии, например 1-го компонента, считая $c_1 \ll 1$, коэффициент диффузии D постоянным, а объемную плотность источника σ_1 нулевой:

$$\frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{t}} + \tilde{u}_j \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{x}_j} = \frac{D}{UL} \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial \tilde{x}_j \partial \tilde{x}_j}$$

- уравнение конвективной диффузии

Можно ввести новые критерии подобия

$$1) \quad \frac{UL}{D} = Pe_D$$

- диффузионное число Пекле ("диффузионный Рейнольдс").

Можно представить в виде

$$Pe_D = \rho U \Delta c_1 / \rho D \frac{\Delta c_1}{L}$$

- отношение конвективного (продольного) потока массы к молекулярному (поперечному) потоку

$$2) \quad \frac{\nu}{D} = Pr_D = Sc = \frac{Pe_D}{Re}$$

- диффузионное число Прандтля (или число Шмидта).
Имеет смысл меры подобия полей концентраций и скоростей. Определяется только физическими характеристиками среды (а не геометрическими).

$$3) \frac{D}{a} = Le = \frac{Pe_D}{Pe}$$

- **число Льюиса-Семенова** (или просто **Льюиса**). Имеет смысл меры подобия полей температур и концентраций.

$$4) \frac{\beta L}{D} = Nu_D = Sh$$

- безразмерный коэффициент массоотдачи или **диффузионное число Нуссельта** (или **число Шервуда**)

Так как на границе $j_1 = \beta \Delta \rho_1 = \beta \rho \Delta c_1 = \rho D \partial c_1 / \partial y$

(y - по нормали), то диффузионное число Нуссельта имеет смысл безразмерного градиента концентрации на границе (на слайде 26 уточнение)

Численные значения коэффициентов диффузии D

Газы

$$D \approx 10^{-5} \text{ м}^2 / \text{с}$$

$$Pr_D = Sc \approx Le \approx 1$$

Жидкости

$$D \approx 10^{-9} \div 10^{-12} \text{ м}^2 / \text{с}$$

обычно

$$Pr_D = Sc \gg 1$$

$$D\eta/T \approx \text{const}$$

- эмпирическая зависимость

Вообще, трудно представить вещество, у которого

$$Pr_D = Sc \ll 1$$

Краевые условия для уравнения диффузии

Начальные и граничные условия вытекают из корректности постановки задач для уравнения параболического типа

Начальное условие

$$c_1(x_i, 0) = F(x_i)$$

Граничные условия 1-го рода

$$\rho_{1, BOUNDARY}(t) = \rho c_{1, BOUNDARY}(t) = f(t)$$

Граничные условия 2-го рода

$$j_{n, BOUNDARY}(t) = j_{1, n}^{TOTAL} = j_{1, n}^{CONV} + j_{1, n}^{MOL} = \rho c_1 u_n - D \rho \frac{\partial c_1}{\partial n}$$

Здесь n - проекция потока на нормаль, а не n -я компонента смеси

В стационарных задачах уравнения эллиптического типа ставятся задачи Дирихле и Неймана, соответственно. Возможны смешанные задачи.

Граничные условия 3-го рода (закон массообмена между поверхностью тела (или жидкостью) и окружающей средой)

$$j_{\text{BOUNDARY}} = \beta(\rho_{\text{MEDIUM}} - \rho_{\text{BOUNDARY}}) = \beta\rho(c_{\text{MEDIUM}} - c_{\text{BOUNDARY}})$$

При $\beta \rightarrow \infty$ переходит в условие 1-го рода, при $\beta \rightarrow 0$ - в условие 2-го рода («нулевой» поток массы)

Имеет смысл (как и α) лишь в стационарных (квазистационарных) случаях. Только для вынужденного конвективного течения (или в отсутствие течения), когда β не зависит от разности концентраций, задачи будут линейными.

Особенности задач диффузии в жидких и газовых смесях

- 1) Так как коэффициенты диффузии в жидкости существенно меньше коэффициентов диффузии в газовой смеси, то часто в сопряженной задаче «жидкость-газ» можно считать, что в газовой смеси концентрация «исследуемого» компонента **установилась**
- 2) При наличии контакта газа с жидкостью, в которой он растворяется, как правило, на межфазной поверхности выполняется условие термодинамического равновесия (аналог уравнения Клапейрона-Клаузиуса $P_{SAT}(T)$):

$$C_{BOUNDARY} = \frac{P_G}{F(T)}$$

- концентрация растворимого газа в жидкой фазе

- закон Генри (здесь - линейный)

- парциальное давление в газовой фазе растворимого в жидкости газа (если других газов нет, то это - полное давление в газе)

- функция от температуры, которая определяется **конкретным газом**

При больших давлениях отклонение от **линейного закона Генри** (например, иногда используется $P_G^{1/2}$)

- 3) Существует конвективный **поток Стефана** на границе жидкости и смеси ее пара (V) с нерастворимым неконденсируемым газом (G), который «не проникает» в жидкость (например, вода и воздух с водяным паром)

$$\rho = \rho_V + \rho_G = \rho c_V + \rho c_G$$

Полный поток неконденсируемого газа на границе с жидкостью равен нулю, поэтому конвективный поток должен полностью компенсироваться молекулярным потоком.

$$j_G^{TOTAL} = \rho_G u_{CM} - D \frac{\partial \rho_G}{\partial y} = 0$$

откуда

$$u_{CM} = \frac{D}{\rho_G} \frac{\partial \rho_G}{\partial y} = - \frac{D}{(1 - c_V)} \frac{\partial c_V}{\partial y} \neq 0$$

$$j_V^{TOTAL} = \rho_V u_{CM} - D \frac{\partial \rho_V}{\partial y} = - \frac{\rho c_V D}{(1 - c_V)} \frac{\partial c_V}{\partial y} - \rho D \frac{\partial c_V}{\partial y} = - \frac{\rho D}{(1 - c_V)} \frac{\partial c_V}{\partial y}$$

При малых c_V конвекцией можно пренебречь

$$j_V^{TOTAL} \approx -D \frac{\partial \rho_V}{\partial y} = \rho D \frac{\partial c_V}{\partial y}$$

Определение диффузионного числа Нуссельта как безразмерного градиента концентрации на границе, необходимо уточнить (поскольку присутствует и конвективный поток).

Например, поток Стефана, по сути, «требуется» увеличить эффективный коэффициент диффузии до $D/(1 - c_V)$

Замечание: Почему воздух (без водяного пара) можно считать не только неконденсируемым, но и нерастворимым. Действительно, растворимость, например, CO_2 в H_2O более, чем на порядок выше растворимости N_2 и O_2 . Но, все равно, часто потоки CO_2 на межфазной границе существенно ниже потока водяного пара. В случае, если они соизмеримы, необходимо CO_2 учитывать диффузию в воздухе.

4)

В балансе энергии на границе жидкости и смеси ее пара (V) с другими газами (G), необходимо учитывать теплоту фазового перехода

$$\rho_1 H_1 u_1 - \lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial n} = \rho_2 H_2 u_2 - \lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial n}$$

переходит в

$$H_L \dot{j}_V^{\text{TOTAL}} - \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial n} = H_V \dot{j}_V^{\text{TOTAL}} - \lambda_{\text{CM}} \frac{\partial T_{\text{CM}}}{\partial n}$$

или

$$- \lambda_L \frac{\partial T_L}{\partial n} = r \dot{j}_V^{\text{TOTAL}} - \lambda_{\text{CM}} \frac{\partial T_{\text{CM}}}{\partial n}$$

, так как из баланса массы «пар-жидкость» на границе

$$\rho_L u_L = \rho_V u_V = \dot{j}_V^{\text{TOTAL}}$$

В отсутствии неконденсируемого газа уравнение баланса также «работает»

Диффузионный пограничный слой. Аналогия процессов теплообмена и массообмена

Аналогично понятиям динамического и теплового пограничных слоев, при больших числах Pe_D можно ввести понятие **диффузионного погранслоя**, В его пределах концентрация одного из компонентов смеси изменяется от $C_{1,BOUND}$ на границе раздела фаз до $C_{1,\infty}$ на внешней границе слоя. Вне диффузионного пограничного слоя и на его внешней границе выполняются условия $C_1 = C_{1,\infty}$, $\partial C_1 / \partial y = 0$.

Диффузионный погранслой может образовываться в процессах испарения, сублимации, вдува вещества через пористую стенку, при конденсации пара или парогазовой смеси и т.д.

В двумерном случае

$$\frac{\partial C_1}{\partial t} + u_x \frac{\partial C_1}{\partial x} + u_y \frac{\partial C_1}{\partial y} = D \frac{\partial^2 C_1}{\partial y^2}$$

Уравнение аналогично уравнениям для **ДПС** и **ТПС**. Дополнительным условием справедливости этого уравнения является выполнение **условия** $u_{y,BOUND} \ll U$, согласно которому поперечная составляющая скорости, обусловленная процессами испарения, вдува и т.п. должна быть много меньше скорости продольного течения. В противном случае будет преобладать движение по нормали к границе раздела.

Для турбулентного течения можно записать уравнение турбулентного диффузионного пограничного слоя

$$u_x \frac{\partial c_1}{\partial x} + u_y \frac{\partial c_1}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[(D + D_{TURB}) \frac{\partial c_1}{\partial y} \right]$$

где D_{TURB} - коэффициент турбулентного переноса вещества (турбулентной диффузии).

Далее - Запишем математические формулировки задач об отдельно протекающих стационарных процессах **тепло- и массообмена при продольно ламинарном омывании изотермической плоской поверхности**. Формулировки приведем в приближении ТТС, считая физические параметры постоянными и пренебрегая при массообмене малыми скоростями, направленными по нормали к поверхности.

Для теплообмена в безразмерном виде, считая

$$\theta = \frac{T - T_w}{T_\infty - T_w}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{u}_x \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial \tilde{x}} + \tilde{u}_y \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial \tilde{y}^2}, \quad \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{u}_y}{\partial \tilde{y}} = 0, \\ \tilde{u}_x \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{x}} + \tilde{u}_y \frac{\partial \theta}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\text{Pe}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} = \frac{1}{\text{Re Pr}} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \tilde{y}^2} \\ \text{for } \tilde{y} = 0 \quad \tilde{u}_x = 0, \tilde{u}_y = 0, \theta = 0 \quad \text{for } \tilde{y} \rightarrow \infty \quad \tilde{u}_x, \theta \rightarrow 1 \end{array} \right.$$

Для массообмена в безразмерном виде:

$$\tilde{C} = \frac{c - c_w}{c_\infty - c_w}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{u}_x \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial \tilde{x}} + \tilde{u}_y \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\text{Re}} \cdot \frac{\partial^2 \tilde{u}_x}{\partial \tilde{y}^2}, \quad \frac{\partial \tilde{u}_x}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial \tilde{u}_y}{\partial \tilde{y}} = 0, \\ \tilde{u}_x \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{x}} + \tilde{u}_y \frac{\partial \tilde{C}}{\partial \tilde{y}} = \frac{1}{\text{Pe}_D} \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial \tilde{y}^2} = \frac{1}{\text{Re} \cdot \text{Pr}_D} \frac{\partial^2 \tilde{C}}{\partial \tilde{y}^2} \\ \text{for } \tilde{y} = 0 \quad \tilde{u}_x = 0, \tilde{u}_y \approx 0, \tilde{C} = 0 \quad \text{for } \tilde{y} \rightarrow \infty \quad \tilde{u}_x, \tilde{C} \rightarrow 1 \end{array} \right.$$

Уравнения, граничные условия одинаковы.

Разница: в "массообмене" стоит Pr_D , а в "теплообмене" - Pr

Аналогия систем уравнений часто используется на практике. Нет необходимости решать «диффузионную» задачу, если решена «тепловая». Пусть для тепловой задачи определена зависимость $Nu = F(Re, Pr)$, то для «диффузионной» задачи зависимость тождественна $Nu_D = F(Re, Pr_D)$.

Например, в задаче обтекания пластины была получена формула для среднего значения числа Нуссельта при умеренных значениях чисел Прандтля $Nu = 0,664 \cdot Pr^{1/3} \sqrt{Re}$. Следовательно, $Nu_D = 0,664 \cdot Pr_D^{1/3} \sqrt{Re}$.

В этом и состоит так называемая **аналогия (или подобие) процессов теплообмена и массообмена**. Аналогия существует только для изотермической стенки и постоянной концентрации на ней.

Сравнивая математические формулировки для диффузионной и тепловой задач, видим, что они идентичны при условии

$$Pr = Pr_D \quad \text{или} \quad (\text{что одно и то же}) \quad \text{при} \quad Le = 1$$

При выполнении этого условия поля безразмерных концентрации и температуры будут **тождественны**. Вспомним, что при $Pr = 1$ были тождественны поля температуры и скорости.

Тройная аналогия

Ранее было строго показано, что при обтекании плоской изотермической поверхности для $Pr = 1$ существует аналогии переноса теплоты и импульса - **аналогия Рейнольдса**

$$St(x) = \frac{C_F(x)}{2}$$

где

$$St = \frac{\alpha}{\rho C_p U} = \frac{\alpha L}{\lambda} \frac{\lambda}{\rho C_p U L} = \frac{Nu}{Pe} = \frac{Nu}{Re Pr}$$

- число Стантона

Обобщение **аналогии Рейнольдса** для ламинарных ТС при всех числах Прандтля

$$Nu(x) = \frac{C_F(x)}{2} Re \cdot f\left(\frac{x}{L}, Pr\right)$$

Поля безразмерных **продольных скоростей, температур и концентраций** будут **тождественны** при одновременном выполнении условий:

$$Pr = 1, Le = 1 \text{ (следовательно и } Sc = Pr_D = 1 \text{)}$$

При выполнении условий существует **тройная аналогия** (между явлениями переноса импульса, теплоты, массы).