

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе
Сибирского отделения Российской академии наук

На правах рукописи



Вожаков Иван Сергеевич

**Математическое моделирование волновых
режимов течения пленок жидкости в
вертикальных каналах**

01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Новосибирск – 2017

Работа выполнена в *Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте теплофизики им. С.С. Кутателадзе Сибирского Отделения Российской Академии Наук.*

Научный руководитель:

Архипов Дмитрий Григорьевич, кандидат физико-математических наук.

Официальные оппоненты:

Андреев Виктор Константинович, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой математического моделирования и процессов управления, Институт математики и фундаментальной информатики Сибирского Федерального Университета.

Кузнецов Владимир Васильевич, доктор физико-математических наук, заведующий лабораторией прикладной и вычислительной гидродинамики, Институт гидродинамики Сибирского Отделения Российской Академии Наук.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования Пермский государственный национальный исследовательский университет, г. Пермь.

Защита состоится «25» октября 2017 г. в 9 часов 30 минут на заседании диссертационного совета Д 003.053.01 при *Институте теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН*, расположенном по адресу: 630090, г.Новосибирск, проспект Академика Лаврентьева, 1.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте *Института теплофизики им. С.С. Кутателадзе СО РАН*: www.itp.nsc.ru/dissertation/vozhakov-ivan-sergeevich

Автореферат разослан «30» августа 2017 г.

Отзывы и замечания по автореферату в двух экземплярах, заверенные печатью, просьба высылать по вышеуказанному адресу на имя ученого секретаря диссертационного совета.

И.о. ученого секретаря
диссертационного совета,

д.ф.-м.н.

Новопашин Сергей Андреевич

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования.

Моделирование волновых течений является одной из фундаментальных проблем гидродинамики и теории нелинейных волновых процессов. Зачастую в энергетических установках имеют место расслоенные двухфазные режимы течения, а их изучение представляется весьма интересным не только с точки зрения фундаментальной науки, но и практического приложения. Проектирование энергетических установок, например, таких как парогенераторы, требует детального понимания поведения двухфазного потока, который существенно отличается от однофазного. Важным для этого является задача устойчивости пленочного течения формирующегося под влиянием газового потока. Изучение нелинейных волновых режимов имеет большое значение для определения параметров течения в энергетических установках, обеспечивающих максимальную эффективность. Для решения этих задач необходимо создание новых математических моделей и развитие существующих вычислительных методов. Так, например, в настоящее время прямое численное моделирование двухфазных течений требует колоссальных вычислительных ресурсов, поэтому сегодня требуется разработка новых подходов к этой задаче.

Обеспечение безопасной эксплуатации энергетических установок в настоящее время является актуальной задачей в атомной энергетике. Подход к проектированию, основанный на минимизации ущерба даже в случае тяжелой аварии, требует отдельных исследований. На сегодняшний день для реакторов с водяным теплоносителем есть хорошо зарекомендовавшие себя верифицированные модели, позволяющие предсказывать ход аварии, однако для реакторов на быстрых нейтронах (БН) таковые отсутствуют. Реакторы типа БН имеют свои отличительные особенности, поэтому для описания процессов в ходе аварии в таких реакторах требуется разработка новых моделей.

Целью диссертационной работы является разработка новых моделей и развитие методов моделирования пленочных течений.

Основные задачи работы.

Провести исследование дивергентной системы уравнений в длинноволновом приближении для свободно стекающей тонкой пленки жидкости.

Получить качественное описание вторичных волн малой амплитуды, возникающих на заднем склоне крупных первичных волн, на поверхности тонкой пленки жидкости, обдуваемой газовым потоком.

Разработать модель плавления и перемещения расплава оболочки твэл с учетом особенностей хода тяжелой аварии в реакторах типа БН.

Научная новизна.

Впервые обнаружено, что для дивергентной системы уравнений в длинноволновом приближении существует преобразование, относительно которого мо-

дельная система уравнений инвариантна. Показано, что решения этой системы обладают свойством симметрии в расширенной по поперечной координате области. С помощью этой симметрии удалось объяснить успешность экстраполяции модели Руйер-Квила, выведенной в предположении малых расходов жидкости, в область умеренных чисел Рейнольдса. Обнаруженная симметрия использована для построения новой низкоразмерной модели галеркинско-го типа.

Впервые получена интегральная модель обдуваемой газом стекающей пленки жидкости, учитывающая влияние вязких членов во втором порядке по параметру длинноволновости. Показано, что результаты расчета по новой модели имеют качественное согласие с экспериментальными данными в отличие от ранее известных интегральных моделей. Результаты настоящей работы по изучению обдуваемой газом пленки жидкости проясняют природу генерации вторичных волн малой амплитуды на заднем склоне крупных первичных волн.

Впервые при малых числах Рейнольдса дивергентная система уравнений для стекающей пленки жидкости, обдуваемой спутным газовым потоком, сведена к одному эволюционному уравнению на амплитуду возмущений.

Разработаны модели, позволяющие описывать плавление и перемещение расплавленных оболочек твэл реакторов типа БН. Показано хорошее согласие результатов расчета с аналитическими решениями и результатами кроссверификации.

Практическая значимость.

Обнаруженные инвариантность модельных уравнений и симметрия решений в расширенной по поперечной координате области для свободно-стекающих пленок жидкости позволяет вдвое сократить количество базисных функций в низкоразмерных моделях галеркинско-го типа, обеспечив тем самым компактность записи уравнений и высокую эффективность вычислений. В частности обоснована экстраполяция моделей, полученных для случая малых расходов, в область умеренных чисел Рейнольдса.

Разработанные модели плавления и перемещения расплава оболочек твэл в реакторах типа БН могут быть использованы для обоснования безопасности разрабатываемых реакторов при анализе начальных этапов тяжелых аварий.

Достоверность полученных результатов обеспечивается тем, что предложенные модели получены с помощью классических уравнений гидродинамики, физически обоснованных допущений и проверенных методов; сравнением результатов расчета с точными аналитическими решениями и экспериментальными данными.

Положения, выносимые на защиту.

Выявлена инвариантность дивергентной системы уравнений в длинноволновом приближении для свободно стекающей тонкой пленки жидкости и симметрия решений в расширенной по поперечной координате области.

С использованием обнаруженной симметрии получена новая низкоразмерная

модельная система галеркинско-го типа для свободно стекающей тонкой пленки жидкости.

Дивергентная система уравнений в длинноволновом приближении сведена к эволюционному уравнению на амплитуду возмущений на обдуваемых спутным потоком газа тонких пленках жидкости в приближении малых чисел Рейнольдса.

Выведена интегральная модельная система для обдуваемых газовым потоком тонких пленок жидкости при умеренных числах Рейнольдса, учитывающая вязкие члены во втором порядке малости по параметру длинноволновости.

В рамках выведенной модели обнаружена генерация вторичных волн малой амплитуды на заднем склоне первичных волн на тонкой пленке жидкости, стекающей под действием гравитации и спутного газового потока.

Разработана модель плавления и перемещения расплава оболочек твэл реакторов типа БН.

Личный вклад автора в защищаемую работу является следующим:

Диссертантом получены модельные уравнения, написаны программы для их решения, проведены теоретические и численные расчеты и обработаны результаты. Инвариантность модельных уравнений свободно-стекающей пленки жидкости показана совместно с Архиповым Д.Г. Диссертантом совместно с Архиповым Д.Г. разработаны программы для нахождения решений модельных уравнений. Диссертантом получена модель галеркинско-го типа на четных полиномах Чебышева, проведен сравнительный линейный анализ, численные расчеты и обработаны результаты.

Постановка задачи о стекании пленки жидкости совместно с газовым потоком сформулирована совместно с Архиповым Д.Г. и Цвелодубом О.Ю. Диссертантом получено эволюционное уравнение на толщину пленки жидкости. Диссертантом получена новая модель обтекаемой газом пленки жидкости, учитывающая влияние вязких членов во втором порядке по параметру длинноволновости и проведены расчеты эволюции возмущений при умеренных числах Рейнольдса.

Апробация результатов.

Основные результаты диссертации докладывались на следующих конференциях: Всероссийская научная конференция "Теплофизика и физическая гидродинамика" с элементами школы молодых ученых (Ялта, 18-26 сентября 2016); Всероссийская конференция "XXXII Сибирский теплофизический семинар" (Новосибирск, 19–20 ноября 2015); XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (Казань, 20-24 августа 2015); Bifurcations and Instabilities in Fluid Dynamics (Париж, Франция, 15-17 июля 2015); "Фундаментальные основы МЭМС- и нанотехнологий" (Новосибирск, 15-18 июня 2015); Всероссийская школа-конференция молодых учёных с международным участием "Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики" (Новосибирск, 2014); "Актуальные вопросы теплофизики и физической гидрогазодинамики" (Алушта, 2014); 5-ая Всероссийская конференция с участи-

ем зарубежных ученых ”Задачи со свободными границами: теория, эксперимент и приложения” (Бийск, 2014); Конференция молодых ученых ”Новые нетрадиционные и возобновляемые источники энергии” (Новосибирск, 2013); Международная конференция ”Математические и информационные технологии, MIT-2013” (Врнячка Баня, Сербия, Будва, Черногория, 2013).

Публикации.

Материалы диссертации опубликованы в 8 статьях. Из них 5 в журналах из перечня ВАК и 3 статьи в рецензируемых журналах. Кроме этого материалы опубликованы в 11 тезисах докладов.

Структура и объем диссертации.

Диссертация состоит из введения, 4 глав, включающих в себя обзор литературы, заключения и библиографии. Общий объем диссертации 103 страниц, из них 94 страницы текста, включая 30 рисунков. Библиография включает 79 наименований на 8 страницах.

Содержание работы

Во Введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулирована цель и аргументирована научная новизна исследований, показана практическая значимость полученных результатов, представлены выносимые на защиту научные положения.

Первая глава диссертации состоит из 7 разделов и включает в себя обзор современных расчетных кодов и моделей для описания аварийных режимов работы энергетических установок. Также в настоящей главе рассмотрено современное состояние подходов к моделированию стекающих пленок жидкости.

Вторая глава посвящена рассмотрению особенностей хода тяжелой аварии в реакторах типа БН и разработке модели плавления и перемещения расплава оболочек твэл.

В *разделе 2.1* показано, что при умеренных скоростях набегающего потока пара (до 100 м/с) расплав оболочки твэл перемещается в виде пленки. Поэтому базовым предположением модели является представление о том, что после плавления, расплав оболочки движется в виде жидкой пленки под действием сил гравитации и трения с потоком газа. Предположение о преобладании вначале движения расплава пленочной структуры, позволяет построить соответствующую данному режиму модель.

В настоящей работе была разработана численная модель движения пленки жидкости и внедрена в расчетный код СОКРАТ-БН. Модель включает в себя уравнение сохранения массы:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_m dV = - \int_S \rho_m \bar{v}_m d\bar{S} + \Gamma \quad (1)$$

Здесь ρ_m – плотность расплава в расчетном объеме, v_m – скорость движения расплава, Γ – поток массы в единицу времени в результате фазового перехода. Аналогично для выделенного объема, учитывая взаимодействие с газовым потоком, силу тяжести и трение расплава с твердой стенкой, уравнение сохранения импульса имеет вид:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho_m \bar{v}_m dV = - \int_S \rho_m \bar{v}_m \bar{v}_m d\bar{S} + \bar{F}_{gas} + \bar{F}_{grav} + \bar{F}_{fric} \quad (2)$$

Здесь F_{gas} – сила трения с газовым потоком, F_{grav} – сила тяжести, F_{fric} – сила трения с твердой стенкой.

Для решения тепловой задачи с учетом фазовых переходов и определения массы образовавшегося материала проводилось решение уравнения теплопроводности в энтальпийной формулировке:

$$\frac{\partial \rho h}{\partial t} = div(\lambda \nabla T) + q \quad (3)$$

Здесь ρ – плотность, h – удельная энтальпия, λ – коэффициент теплопроводности, T – температура, q – поток тепла от источников. Использование энтальпии позволяет однозначно определить температуру и фазовое состояние контрольных объемов.

Преимущество энтальпийной формулировки состоит в более удобном описании процессов плавления и затвердевания, поскольку энтальпия при фазовом переходе изменяется непрерывно.

В *разделе 2.2* проведено тестирование разработанной модели на задачах, которые имеют аналитическое решение, а также на результатах вне реакторных экспериментов исследования плавления твэл. В частности, решение уравнения теплопроводности с учетом фазового перехода проверялось на известной задаче Стефана о плавлении цилиндра. Решение такой задачи известно [1] и может быть представлено в виде зависимости координаты фронта плавления от времени:

$$\frac{\eta^2}{2} \ln \frac{R}{\eta} - \frac{1}{4}(R^2 - \eta^2) = -\frac{\lambda(T_w - T_m)}{\rho L} t \quad (4)$$

Здесь λ – коэффициент теплопроводности, ρ – плотность (считается, что она не меняется при фазовом переходе), L – скрытая теплота плавления, η – расстояние от оси цилиндра до фронта плавления, R – радиус цилиндра, T_w – температура стенки цилиндра, T_m – температура плавления.

Время полного плавления цилиндра будет равно:

$$t_m = \frac{\rho L R^2}{4\lambda(T_w - T_m)} \quad (5)$$

Зависимость координаты фронта плавления от времени была найдена численно решением уравнения (4) методом Ньютона. На рисунке 1 представлено сравнение аналитического решения и расчетных значений. Проведено три численных эксперимента с различными параметрами, так чтобы в соответствии с формулой (5) время полного плавления составляло 250, 500 и 1000 секунд. Результаты расчетов представлены на рисунке тремя соответствующими наборами точек. Расхождение в самом конце процесса плавления обусловлено дискретизацией расчетной области. Скорость движения фронта плавления зависит от соотношения внешней площади оставшейся твердой части к ее объему, а в результате разбиения расчетной области на конечные объемы это соотношение меняется скачком при переходе фронта плавления из одной расчетной ячейки в другую, что и приводит к накоплению численной ошибки, которая становится наиболее заметна когда объем и площадь стремятся к нулю.

Для проверки разработанной модели стекания было проведено моделирование перемещения расплава стальной оболочки по одномерному стержню под действием гравитационных сил и сил трения со стороны газового потока. При моделировании предполагалось, что расплав не обменивается энергией ни со стержнем, ни с газовым потоком.

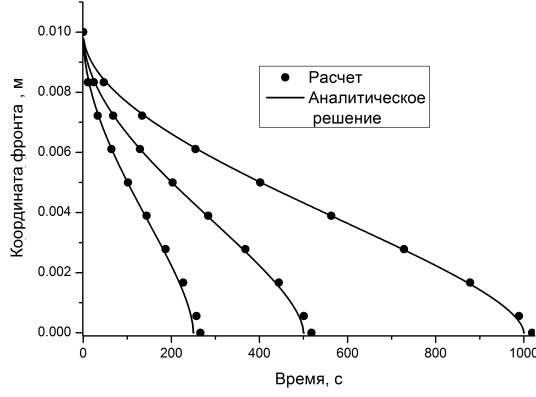


Рис. 1. Координаты фронта плавления в зависимости от времени

В численном эксперименте рассматривались два сценария. В первом сценарии конечная масса расплава, находящаяся на одном из концов горизонтального стержня, перемещается под действием сил трения со стороны газового потока. Во втором сценарии расплав находится на верхнем конце вертикального стержня и стекает под действием силы тяжести. Стационарная скорость течения пленки, при воздействии на нее только гравитационных сил имеет вид [2]:

$$\bar{v}_m = \frac{\rho_m \bar{g} \delta_m^2 \sin \theta}{3\mu_m} \quad (6)$$

Здесь δ_m – толщина пленки, θ – угол наклона стержня к горизонту.

В таком случае, расстояние, на которое переместилась граница расплава:

$$x_n = \left(\frac{9A^2 \rho_m g t}{4\mu_m} \right)^{1/3} \quad (7)$$

Здесь $A = \text{const}$ – площадь продольного сечения.

Скорость пленки при воздействии на нее силы трения со стороны газового потока [2]:

$$\bar{v}_m = \frac{\bar{\tau}_i \delta_m}{2\mu_m} \quad (8)$$

В этом случае, расстояние, на которое переместилась граница расплава [2]:

$$x_n = \left(\frac{2A\tau_i t}{\mu_m} \right)^{1/2} \quad (9)$$

На рисунке 2 представлено сравнение результатов численного расчета положения границы расплава и его аналитического решения для сценария с трением с газовым потоком. Наблюдается хорошее согласие результатов расчета кода СОКРАТ-БН и аналитического решения.

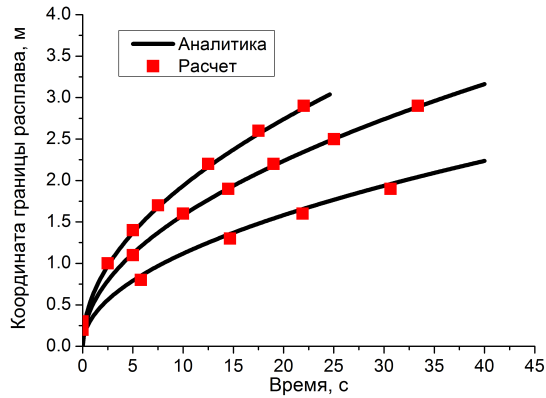


Рис. 2. Положение границы пленки при воздействии газовым потоком в различные моменты времени

Для совместной проверки модели плавления и стекания оболочки было проведено моделирование эксперимента, выполненного в Аргонской национальной лаборатории на 7-стержневой сборке с натриевым теплоносителем [3]. Эксперимент выполнен в рамках R-серии на петле реактора TREAT. Петля включала в себя напорную камеру, участок входного дросселирования, пучок из семи твэл типа FFTF и специальный резервуар, имитирующий верхнюю камеру реактора со свободным уровнем натрия и газовой подушкой над ним. Петля имела U-образную форму и представляла собой разомкнутую систему. Вход был подключён к питательному баку высокого давления, а выход — к сбросному резервуару с относительно низким давлением. Разность давлений между баками являлась движущим напором циркуляции. Имитация условий аварии ULOF осуществлялась посредством сброса давления в газовой подушке питательного бака. На рисунке 3 представлено сравнение результатов расчета границ расплава кодом СОКРАТ-БН и SAS3A.

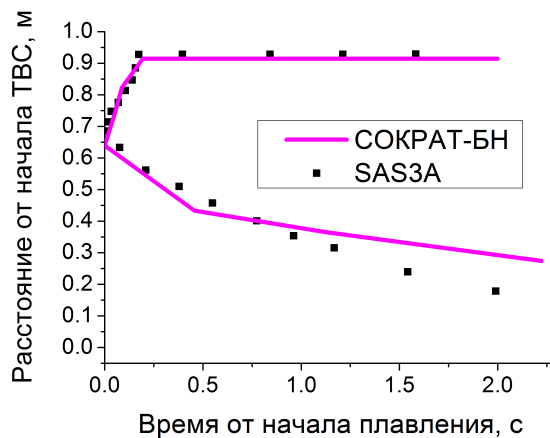


Рис. 3. Границы расплавленной оболочки в эксперименте R-4 в зависимости от времени после начала плавления

В *заключении* к главе сформулированы основные выводы и отмечено, что пред-

ставленная модель не описывает волновые процессы, возникающие вследствие неустойчивости на границе раздела фаз жидкость-газ, которые могут существенно влиять на теплоперенос и перепад давления в каналах. Дальнейшие главы будут посвящены изучению именно этого вопроса.

Третья глава посвящена исследованию свободно-стекающей пленки жидкости. В разделе 3.1 обнаружено, что модельные уравнения [4]:

$$\frac{\partial(hu)}{\partial t} + \frac{\partial(hu^2)}{\partial x} + \frac{\partial(huv)}{\partial \eta} = \frac{\sigma}{\rho} h \frac{\partial^3 h}{\partial x^3} + \frac{\nu}{h} \frac{\partial^2 u}{\partial \eta^2} + gh \quad (10)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial(hu)}{\partial x} + \frac{\partial(hv)}{\partial \eta} = 0 \quad (11)$$

$$u(x, 0, t) = v(x, 0, t) = 0, \quad (12)$$

$$\frac{\partial u}{\partial \eta}(x, 1, t) = 0, \quad v(x, 1, t) = 0 \quad (13)$$

при сдвиге по поперечной координате $\eta' = \eta - 1$ обладают симметрией, т.е. инвариантны относительно преобразования:

$$\eta' \rightarrow -\eta', u(x, \eta', t) \rightarrow u(x, -\eta', t), v(x, \eta', t) \rightarrow -v(x, -\eta', t) \quad (14)$$

Показано, что у этих уравнений в полосе $\eta \in [-1, 1]$ существуют решения двух типов. Решения первого типа обладают симметрией, а второго – нет.

В этом же разделе проведено численное исследование свойств решений уравнений (10)–(13).

Для проверки свойств решений, в первую очередь, был проведен анализ линейной задачи. Для этого использовался алгоритм, описанный в работе [5]: система уравнений приводилась к одному уравнению на модифицированную функцию тока, уравнение линеаризовалось и решалось методом стрельбы с подложки (при решении задачи Коши применялся метод Рунге-Кутты 4 порядка точности). Динамическое условие на свободной границе определяло свободный коэффициент при однородном решении уравнения. Фазовая скорость находилась методом Ньютона из кинематического условия на поверхности.

Решение линейной задачи показало, что невозмущенное течение неустойчиво относительно линейных возмущений в области волновых чисел $\alpha < \alpha_n$, где $\alpha_n = 1$ – безразмерное волновое число нейтральных возмущений. Прямые численные расчеты показали, что при продолжении линейного решения задачи (10)–(13) на интервал $\eta' \in [0, 1]$, как для устойчивых ($\alpha > 1$), так и для неустойчивых ($\alpha < 1$) волновых чисел получаются решения, обладающие симметрией. Два примера таких расчетов приведены на рис 4.

Для нахождения нелинейных стационарно-бегущих решений использовался псевдоспектральный метод: функции, зависящие от поперечной координаты η , раскладывались в ряд по полиномам Чебышева T_i , а функции, зависящие от продольной координаты x , разлагались в ряд Фурье. Ограничиваясь первыми N

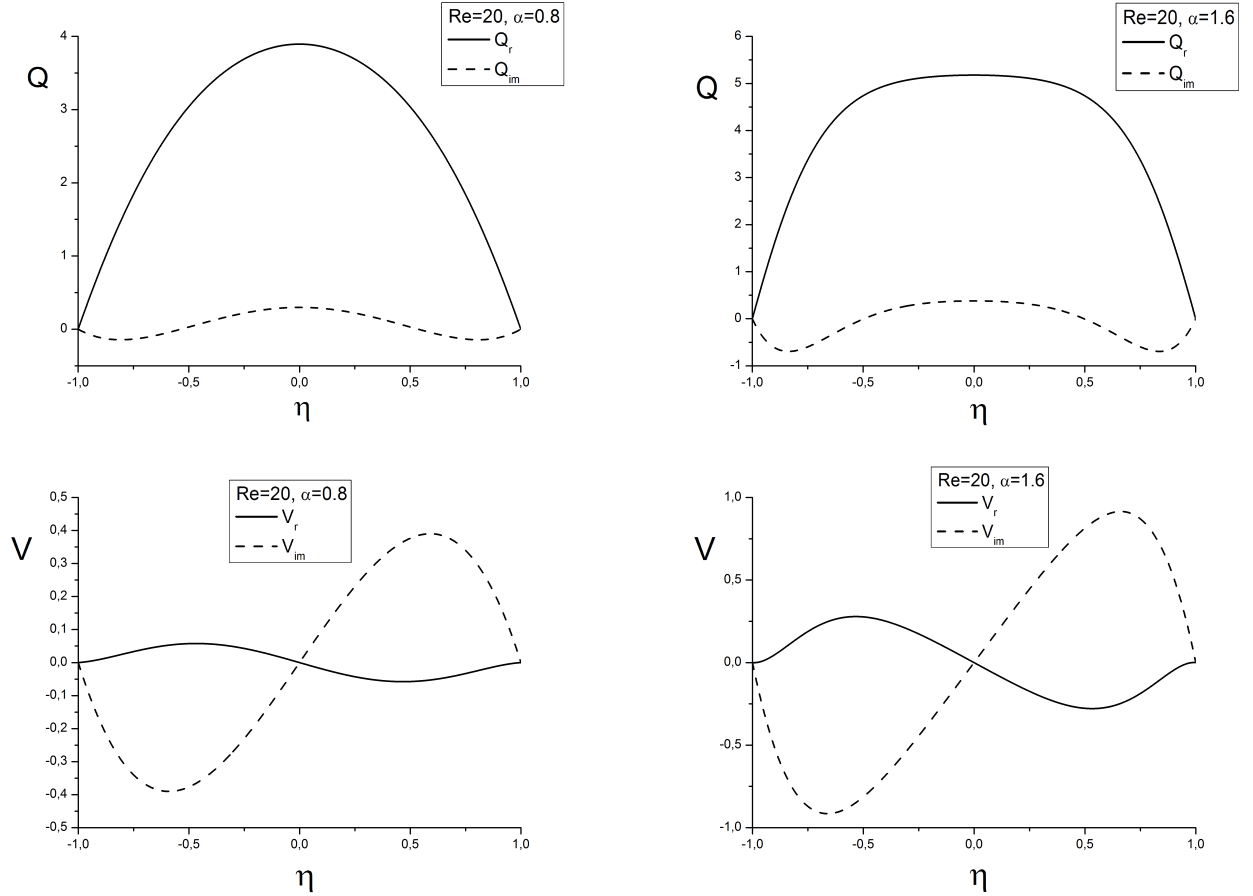


Рис. 4. Действительные (Q_r, V_r) и мнимые (Q_{im}, V_{im}) части $Q = uh$ и $V = vh$ в зависимости от безразмерной поперечной координаты в расширенной области течения.

гармониками, приходим к системе нелинейных алгебраических уравнений для коэффициентов. Полученная таким образом задача решалась итерационным методом Ньютона–Канторовича. После линеаризации относительно вариаций задача сводится к решению СЛАУ.

Проведена серия расчетов стационарно–бегущих решений системы (10)–(13) в полосе $\eta' \in [-1, 1]$. Проведенные расчеты показали, что для чисел Рейнольдса $Re < 30$ достаточно использовать базис из 8 полиномов (т.е. при увеличении количества полиномов решение с графической точностью остается неизменным). При этом самый примечательный результат заключается в том, что полученные в ходе расчетов значения коэффициентов при всех нечетных полиномах Чебышева оказались равны нулю. Таким образом, выяснилось, что все найденные стационарно–бегущие решения системы (10)–(13) обладают симметрией.

В разделе 3.2 обнаруженная симметрия использована в методе Галеркина для выбора наиболее удобного симметричного базиса. В качестве базисных функций были выбраны полиномы Чебышева. Во-первых, этот выбор обусловлен удобством применения их в методе Галеркина, который предполагает проектирование исходных уравнений на элементы базиса, а полиномы Чебышева имеют простые правила применения их в данной операции. Во-вторых, поскольку мы рассматриваем задачу о течении вязкой жидкости по твердой стенке, про-

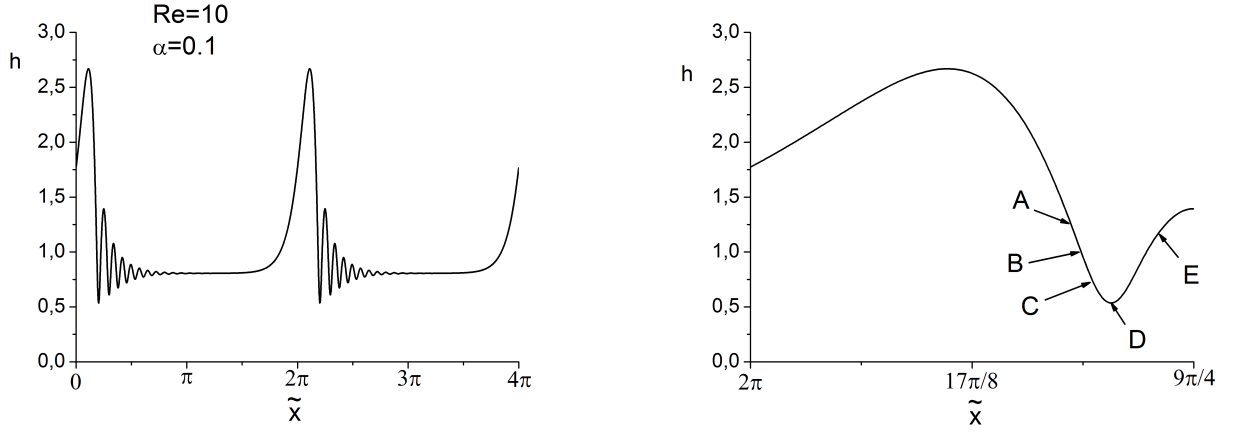
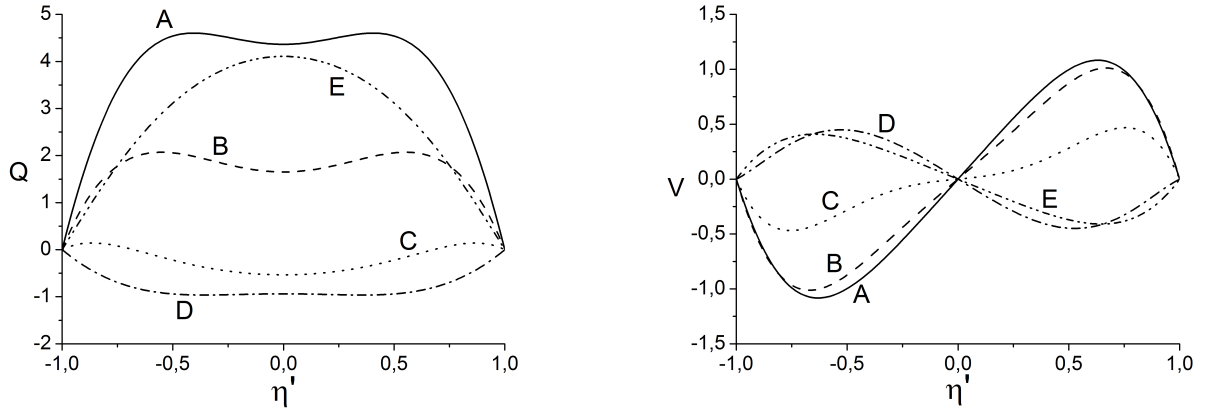


Рис. 5. Профиль волны

Рис. 6. Профили функций $Q = uh$ и $V = vh$ для указанных сечений

филь скорости будет иметь наибольшие градиенты вблизи границы расчетной области, а полиномы Чебышева, как известно, являются оптимальными для аппроксимации таких функций.

Для получения новой системы уравнений свободно-стекающей пленки жидкости был выбран ортогональный базис из 2 векторов, скомбинированный из четных полиномов Чебышева T_{2i} таким образом, чтобы автоматически удовлетворять симметрии и граничным условиям на стенке и свободной поверхности:

$$\begin{aligned} P_0 &= 2\eta^2 - 2 = T_2 - T_0 \\ P_1 &= 12\eta^4 - 14\eta^2 + 2 = \frac{3}{2}T_4 - T_2 - \frac{1}{2}T_0 \end{aligned} \quad (15)$$

При проектировании исходных уравнений на элементы базиса была получена новая модель свободно-стекающей пленки жидкости:

$$\frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0 \quad (16)$$

$$\varepsilon Re \left(q_t + \frac{6}{5} \left(\frac{q^2}{h} \right)_x + \frac{51}{50} \frac{q Q_1 h_x}{h^2} - \frac{111}{100} \frac{Q_1 q_x}{h} - \frac{537}{500} \frac{q Q_{1x}}{h} - \frac{57}{25} \frac{Q_1^2 h_x}{h^2} + \frac{2949}{625} \frac{Q_1 Q_{1x}}{h} \right) = \quad (17)$$

$$= \frac{72}{25} h - \frac{72}{25} \frac{q}{h^2} - \frac{1824}{125} \frac{Q_1}{h^2} + \frac{24}{25} \varepsilon^2 Re W h h_{xxx}$$

$$\varepsilon Re \left(Q_{1t} + \frac{3}{16} \frac{q^2 h_x}{h^2} - \frac{1}{16} \frac{q q_x}{h} + \frac{33}{50} \frac{q Q_{1x}}{h} + \frac{19}{10} \frac{Q_1 q_x}{h} - \frac{9}{5} \frac{q Q_1 h_x}{h^2} + \frac{111}{250} \frac{Q_1 Q_{1x}}{h} - \frac{3}{10} \frac{Q_1^2 h_x}{h^2} \right) = \quad (18)$$

$$= \frac{4}{5} h - \frac{4}{5} \frac{q}{h^2} - \frac{768}{25} \frac{Q_1}{h^2} + \frac{4}{15} \varepsilon^2 Re W h h_{xxx}$$

В *разделе 3.3* проведен сравнительный линейный анализ полученной модели. Показано, что для малых чисел Рейнольдса 2 полиномов в базисе достаточно, чтобы результаты полученные для различных моделей с графической точностью совпали с результатами линейной задачи длинноволнового приближения. При увеличении числа Рейнольдса до 10, в длинноволновой устойчивой области модели на базисе с одним полиномом все еще неплохо совпадают с длинноволновым приближением, однако, в коротковолновой области наблюдается значительное отклонение в сторону уменьшения абсолютного значения инкремента. Это приводит к неправильному перераспределению энергии между гармониками и возбуждению все более старших гармоник, что в свою очередь искажает итоговый сигнал (форму волны) и значительно увеличивает необходимое машинное время для проведения расчетов. При умеренных числах Рейнольдса ($Re = 20$) модель с базисом из 2 полиномов все еще показывает хорошее совпадение с результатами линейной задачи длинноволнового приближения.

Четвертая глава посвящена моделированию динамики нелинейных волн на пленке жидкости, стекающей под действием силы тяжести и градиента давления, в известном поле напряжений на границе раздела фаз. Получена и исследована модельная система уравнений, описывающая эволюцию длинноволновых возмущений границы раздела при умеренных числах Рейнольдса жидкости.

В *разделе 4.1* с использованием метода, представленного в работе [4], в длинноволновом приближении сформулирована постановка задачи для стекающей пленки жидкости, обдуваемой газовым потоком.

В *разделе 4.2* использован метод многих масштабов для получения одного эволюционного уравнения на толщину пленки жидкости при малых числах Рейнольдса ($Re \sim 1$), увлекаемой газовым потоком. В первом порядке по параметру длинноволновости $\varepsilon = h_0/l_0$ получено эволюционное уравнение на толщину пленки:

$$h_t + \frac{Re}{Fr} h^2 h_x + Re \tau_0 h h_x +$$

$$\begin{aligned}
& + \varepsilon \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{3} \varepsilon Re W h^3 h_{xxx} + \frac{2}{15} \frac{Re^3}{Fr^2} h^5 h_x (h + \tau_0 Fr) + \right. \\
& \left. + \frac{1}{2} Re h^2 \tau_0 \int \hat{h}_k k \tau(k) e^{ikx} dk - \frac{1}{3} Re h^3 \chi \right) = 0
\end{aligned} \tag{19}$$

Уравнение (19) с точностью до обозначений совпадает с уравнением, недавно полученным в работе [6] из полной постановки задачи в традиционных декартовых координатах.

В *разделе 4.3* рассмотрены наиболее известные линейные модели турбулентности для вычисления тензора напряжений на неподвижной волнистой поверхности. Проведены расчеты тензора напряжений для моделей переноса граничных условий и Бенджамина. В дальнейшем полученные результаты используются для проведения расчета эволюции обтекаемой газом пленки жидкости.

В *разделе 4.4* проведено моделирование пленки жидкости, обтекаемой газом, при малых числах Рейнольдса с использованием эволюционного уравнения полученного в разделе 4.2 для различных волновых чисел. Рассмотрены характерные особенности представленных режимов течения.

И наконец в *разделе 4.5* с использованием подхода Ruyer-Quil и Manneville [7–9] получена новая система уравнений для пленки жидкости, обдуваемой газовым потоком. В новой модели учитываются эффекты вязкости во втором порядке по параметру длинноволновости. Эта модель содержит только две переменных (толщина и расход), что позволяет относительно просто оценить влияние коротковолновой диссипации на форму волновых профилей. Пространственная эволюция решений с использованием упрощенной модели неплохо согласуется с экспериментальными данными и результатами прямого численного моделирования при умеренных числах Рейнольдса жидкости.

В результате интегрирования уравнений в длинноволновом приближении, но с учетом вязких членов второго порядка и автомодельным профилем скорости [10]:

$$u = \frac{3q}{h} \left(\frac{y}{h} - \frac{1}{2} \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right) - \frac{Re\tau h}{2} \left(\frac{y}{h} - \frac{3}{2} \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right) \tag{20}$$

была получена новая система уравнений:

$$\begin{aligned}
q_t + \frac{6}{5} \left(\frac{q^2}{h} \right)_x + \frac{Re\tau}{20} (qh)_x + \frac{Re^2\tau^2}{120} (h^3)_x &= \frac{h}{\varepsilon Fr} - \frac{3q}{\varepsilon Re h^2} + \frac{3\tau}{2\varepsilon} + We\varepsilon^2 h h_{xxx} - \\
&- \frac{\varepsilon}{Re} \left(q_{xx} - \frac{9}{2} h \left(\frac{q}{h} \right)_{xx} - Re\tau h_x^2 + \frac{1}{4} Re\tau h h_{xx} \right)
\end{aligned} \tag{21}$$

$$h_t + q_x = 0 \tag{22}$$

Проведено численное моделирование эволюции возмущения на стекающей пленки жидкости, обдуваемой газовым потоком, по модели Шкадова и модели второго порядка. Для расчета влияния газового потока использованы модели переноса граничных условий и Бенджамина.

На рисунке 7 представлены пространственно-временные эволюции толщины пленки, рассчитанные по модели Шкадова и новой модели второго порядка с моделью переноса граничных условий для возмущений в газовой фазе. На рисунке приведены два расчетных периода. Начальное возмущение (заданное в точке $t = 0, x = 25$ мм) распространяется со сравнительно низкой скоростью и, с развитием нелинейности, трансформируется в сложную волновую систему, компоненты которой взаимодействуют между собой. В расчете по новой модели второго порядка предвестник подавляется не полностью, и явление переноса энергии от основного пика волны к первому пику предвестника по-прежнему существует. Однако подавление предвестника дает очевидный эффект: индивидуальные пики длинных высокоамплитудных волн значительно более стабильны. Наиболее важно то, что на отдельных участках пространственно-временной траектории таких пиков наблюдается генерация вторичных волн. Таким образом, использование модели Шкадова без подавления предвестника приводит к перестройке волновой структуры, выражающейся в коротком времени жизни длинных высокоамплитудных волн.

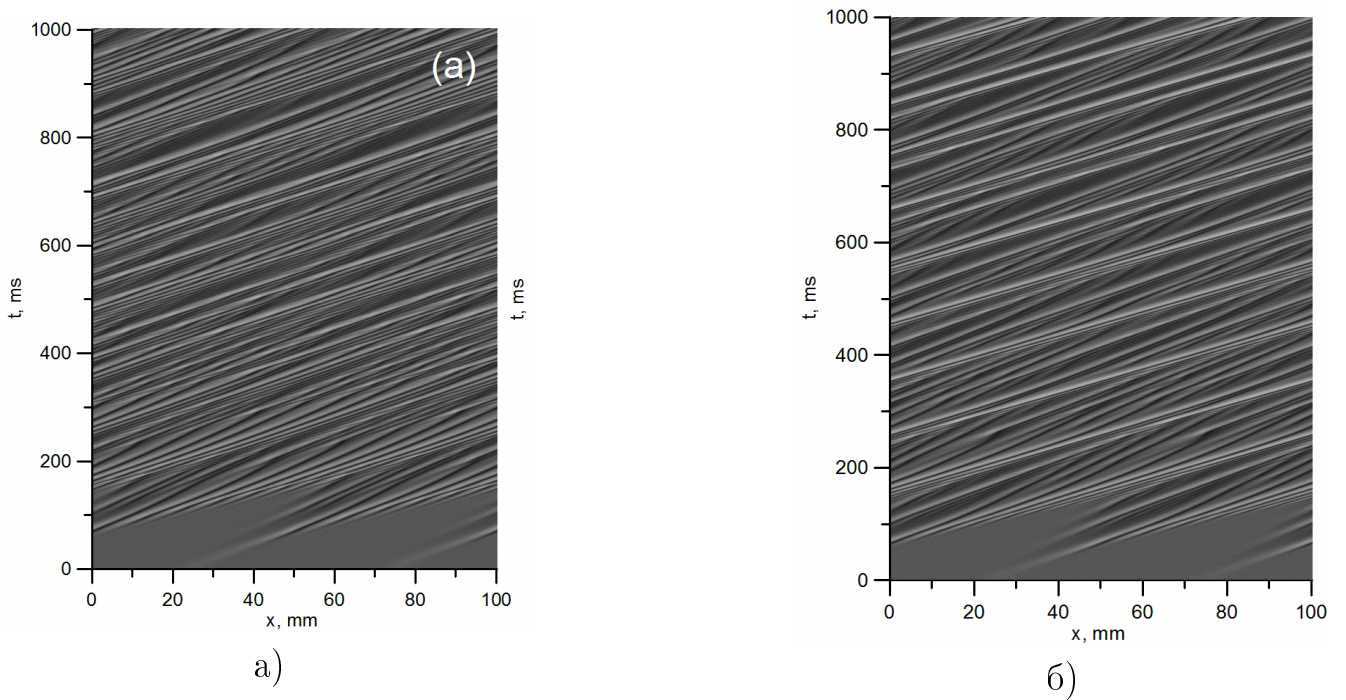


Рис. 7. Графическое представление фрагмента матрицы $h(x, t)$. $Re = 20, V_g = 18$ м/с. а – модель Шкадова с МПГУ, б – модель второго порядка с МПГУ.

При расчете по модели второго порядка с моделью Бенджамина для возмущений в газовой фазе процесс распада первичных волн выглядит иначе. Во-первых, частота актов замедления таких волн меньше, чем при использовании модели второго порядка с МПГУ и близка к частоте, наблюдаемой в модели Шкадова-МПГУ. Во-вторых, после начальной фазы замедления такие волны вновь ускоряются. В результате одновременной генерации новых первичных волн из горбов предвестника и сохранения старых пиков происходит существенный рост частоты первичных волн. Такие волны распространяются с малым

расстоянием друг от друга, что, скорее всего, и препятствует генерации и развитию вторичных волн. Таким образом, модель второго порядка с МПГУ лучше всего подавляет негативное нефизичное влияние предвестника и лучше всего описывает происходящее в эксперименте.

Проведено сравнение результатов расчета с экспериментальными данными. Сходство модели с экспериментом проявляется в одинаковом продольном размере первичных волн, подобии формы профиля первичной волны и положении области генерации вторичных волн. Тем не менее, наблюдаются и существенные различия. Первое, что бросается в глаза, это различие в амплитуде первичных волн: в эксперименте она в полтора-два раза больше, чем в модели. Во-вторых, расстояние между первичными волнами в эксперименте также превышает расчетное в 2 — 3 раза. В-третьих, если в эксперименте мелкие волны перед первичными представляют собой медленные вторичные волны, которые вскоре будут поглощены первичной волной, то в модели это, как правило, капиллярный предвестник первичной волны, движущийся с той же скоростью, что и сама волна.

Также было проведено сравнение скоростей первичных и вторичных волн в расчете и эксперименте. Для каждого типа волн в каждом из случаев были отмечены координаты двух точек прямолинейного участка их траектории для десяти произвольно взятых волн, и на основе этих данных рассчитаны среднее значение и стандартное отклонение скорости волн. Скорость первичных волн в эксперименте более чем в полтора раза превышает скорость в модели. С учетом того, что скорость нелинейных волн прямо пропорциональна их амплитуде, различие в скорости может объясняться описанной ранее разницей в амплитуде. Логично ожидать, что скорость вторичных волн зависит от скорости порождающих их первичных волн. Поэтому наличие разницы в скоростях вторичных волн не удивительно. При этом соотношение скорости вторичных волн к скорости первичных в модели несколько выше, чем в эксперименте (0.64 против 0.56). Возможно, это различие связано с меньшим расстоянием между первичными волнами и наличием в этой области капиллярного предвестника. Можно предположить, что в модели вторичные волн уже на начальном этапе их эволюции начинают взаимодействовать со следующей за ними первичной волной и ее предвестником.

В Заключение к диссертации сформулированы основные результаты работы: Разработаны модели, позволяющие описывать плавление и перемещение расплавленных оболочек твэл реакторов типа БН. Показано хорошее соответствие результатов расчета с аналитическими решениями и результатами кросс-верификации эксперимента серии R реактора TREAT.

Обнаружено, что для системы уравнений тонкой свободно стекающей пленки жидкости в длинноволновом приближении существует преобразование, относительного которого модельная система уравнений инвариантна. Проведено численное исследование свойств решений этой модельной системы и показано, что они также обладают свойством симметрии в расширенной по поперечной коор-

динате области.

Обнаруженная симметрия использована для построения новой низкоразмерной модели галеркинского типа. Показано, что результаты линейного анализа новой низкоразмерной модели находят хорошее согласие как в длинноволновой, так и в коротковолновой области с результатами решения задачи в полной постановке (уравнение Орра–Зоммерфельда).

Для малых чисел Рейнольдса получено одно эволюционное уравнение, описывающее динамику толщины пленки жидкости, обдуваемую газовым потоком.

Получена новая модель обдуваемой газом стекающей пленки жидкости, учитывающая влияние вязких членов во втором порядке по параметру длинноволновости. Показано, что результаты расчета по новой модели имеют качественное сходство с экспериментальными данными.

Основное содержание диссертации изложено в следующих работах
Статьи в журналах из перечня ВАК:

1. **I. Vozhakov**, A. Cherdantsev, D. Arkhipov. Modelling secondary instability of co-current gas-sheared thin film // Fluid Dynamics Research. – 2016. Vol. 48, No. 6. – P. 061420.
2. D. Arkhipov, **I. Vozhakov**, D. Markovich, O. Tsvlodub. Symmetry in the problem of wave modes of thin viscous liquid layer flow // European Journal of Mechanics / B. – 2016. Vol. 59. – P. 52-56.
3. **I.S. Vozhakov**, D.G. Arkhipov, O.Yu. Tsvlodub. Simulating the nonlinear wave mode evolution in the problem of the falling thin layer of a viscous liquid // Journal of Physics: CS. – 2016. Vol. 754. – P. 032022-6.
4. Архипов Д.Г., **Вожаков И.С.**, Маркович Д.М., Цвелодуб О.Ю. Симметрия в задаче о течении тонкого слоя вязкой жидкости. // Доклады Академии Наук. – 2016. – Т. 466, № 5. – С. 541–544.
5. **Вожаков И.С.**, Архипов Д.Г., Цвелодуб О.Ю. Моделирование нелинейных волн на поверхности тонкой пленки жидкости, увлекаемой турбулентным потоком газа // Теплофизика и аэромеханика. - 2015. - Т.22, №2. – С. 201–212.

Статьи в рецензируемых журналах:

6. **Вожаков И.С.**, Усов Э.В., Жданов В.С., Кузнецова М.Е., Кисилев А.Е., Чалый Р.В. Моделирование плавления оболочки твэл и перемещения расплава в ТВС реакторов типа БН кодом СОКРАТ-БН // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Математическое моделирование физических процессов. – 2015. – Вып.4. – С. 15–21.

Цитированная литература

1. Лыков . Теория теплопроводности. 1967.
2. Kataoka D., Troian S. A theoretical study of instabilities at the advancing front of thermally driven coating films // Journal of colloid and interface science. 1997. Vol. 192, no. 2. P. 350–362.

3. Dickerman C., Rothman A., Klickman A. et al. Status and summary of TREAT in-pile experiments on LMFBFR response to hypothetical core disruptive accidents // Thermal and hydraulic aspects of nuclear reactor safety. Vol. II. 1977.
4. Alekseenko S., Arkhipov D., Tselodub O. Divergent system of equations for a fluid film flowing down a vertical wall // Doklady physics. 2011. Vol. 56, no. 1. P. 22–25.
5. Arkhipov D., Kachulin D., Tselodub O. Comparison of models for wave regimes of liquid film downflow in the linear approximation // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. 2012. Vol. 53, no. 5. P. 647–656.
6. Tseluiko D., Kalliadasis S. Nonlinear waves in counter-current gas–liquid film flow // Journal of Fluid Mechanics. 2011. Vol. 673. P. 19–59.
7. Ruyer-Quil C., Manneville P. Modeling film flows down inclined planes // The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems. 1998. Vol. 6, no. 2. P. 277–292.
8. Ruyer-Quil C., Manneville P. Improved modeling of flows down inclined planes // The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems. 2000. Vol. 15, no. 2. P. 357–369.
9. Kalliadasis S., Ruyer-Quil C., Scheid B., Velarde M. Falling liquid films. Springer Science & Business Media, 2011. Vol. 176.
10. Aktershev S., Alekseenko S. Interfacial instabilities in an annular two-phase flow // Russ. J. Eng. Thermophys. 1996. Vol. 6, no. 4. P. 307–320.