

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт теплофизики им. С.С. Кутателадзе
Сибирского отделения Российской академии наук
(ИТ СО РАН)

Сальников Михаил Владимирович

НАУЧНЫЙ ДОКЛАД
об основных результатах подготовленной научно-квалификационной работы
(диссертации)

«Исследование анизотропии плазмы вокруг пылевых частиц сферической и несферической формы»

Направление подготовки:
01.06.01 – Математика и механика

Специальность подготовки:
01.02.05 – механика жидкости, газа и плазмы

Научный руководитель:
д. ф.-м. н., доцент
Сухинин Геннадий Иванович

Новосибирск, 2020

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы

Плазма из ионизованного газа с включением микронных пылевых частиц широко изучается современной наукой в отдельной области исследований, именуемой «физика пылевой плазмы». Пылевая плазма обнаруживает себя не только в лабораторных и промышленных установках, она широко распространена в природе — в ионосфере Земли, на поверхностях планет и их спутниках, в планетарных кольцах, хвостах комет, межпланетных и межзвёздных облаках.

Пылевые частицы изучают как с помощью экспериментов, так и с помощью численного моделирования. В число экспериментальных исследований входит изучение пылевой плазмы в разрядах постоянного и переменного тока, в условиях микрогравитации и в условиях земного тяготения. Экспериментальные исследования показали, что очень часто в пылевой плазме возникают эффекты самоорганизации пылевых частиц. Однако, с помощью экспериментов, возможно установить только макропараметры пылевой плазмы, такие как: пространственное распределение пылевых частиц, температуру и заряд зёрен пыли, дрейфовую скорость ионов и электронов и др.

Экспериментальное исследование макропараметров данной задачи не дало ответа на вопрос, по какой причине в пылевой плазме происходит самоорганизация пылевых зёрен, в результате которой образуются пылевые кристаллы. Исследования показали, что за упорядочивание частиц пыли ответственны возмущения, которое пылевые частицы вызывают в распределении плазмы вокруг них. Изучение такого возмущения ведётся с помощью численных методов.

Традиционными методами численного исследования влияния пылевых частиц на окружающую плазму являются методы «Линейного отклика» (LR-Linear Response) и «PIC» (Particle-In-Cell).

Цель данной работы - построение численной модели, позволяющей определить самосогласованное распределение ионной плотности и потенциала плазмы вблизи пылевых частиц различной геометрии в присутствии постоянного внешнего электростатического поля, для различных параметров пылевой плазмы.

Для достижения данной цели поставлены и решены следующие **задачи**:

1. Создание численной модели, которая рассчитывает самосогласованные пространственные распределения плотности ионов и потенциала вокруг пылевых частиц различной геометрии.
2. Изучение процесса формирования вейка за пылевой частицей, которая находится под влиянием внешнего электростатического поля.

3. Изучение зависимости самосогласованных пространственных распределений плотности объёмного заряда и потенциала плазмы вблизи пылевой частицы от различных параметров пылевой плазмы.

Научная новизна работы:

1. Разработана численная модель, которая позволяет итерационным путём рассчитывать самосогласованные пространственные распределения плотности ионов и потенциала вблизи микронных пылевых частиц различной геометрии, а также вблизи бесконечных цепочек пылевых частиц, которые находятся во внешнем электростатическом поле, для широкого спектра параметров плазмы.

2. С помощью численного моделирования получены аппроксимации для характеристик вейка, а также для дипольного момента системы «пылевая частица – облако ионов».

3. Впервые, с помощью численного моделирования, показано, что, в случае разреженной плазмы, зависимость заряда проводящей пылевой частицы от её геометрии определяется электрической ёмкостью пылевой частицы, когда её геометрия представляет собой эллипсоид вращения.

4. Впервые, с помощью численного моделирования показано, что, в случае разреженной плазмы, зависимости пространственных распределений потенциала и плотности объёмного заряда вблизи изолированной пылевой частицы, а также зависимости характеристик вейка, формирующегося вблизи изолированной пылевой частицы, от геометрии пылевой частицы определяются электрической ёмкостью пылевой частицы, когда её геометрия представляет собой эллипсоид вращения.

Достоверность полученных результатов

Разработанная модель основана на использовании аппарата вычислительной математики. Была проведена методологическая работа по изменению параметров вычислительной области: размера вычислительной сетки, размеров куба, в котором происходило моделирование траекторий, временного шага при моделировании уравнений Ньютона и т.д. В результате проделанной методологической работы было продемонстрировано, что параметры вычислительной области не влияют на получаемый результат. Данной моделью были решены типовые задачи: определение потенциала среды вблизи сферической и несферической проводящей фигуры в вакууме и низкотемпературной плазме. Было проведено сравнение полученных данных: зависимости средней дрейфовой скорости ионов от приведенного поля и параметров вейка от скорости потока плазмы с общепризнанными результатами численных и экспериментальных исследований.

Научная и практическая значимость

Полученные данные о формировании и развитии вейков за пылевой частицей позволяют учесть диполь-дипольное взаимодействие между облаками ионов, формирующимися вокруг заряженных частиц микронного размера, которые левитируют в слабоионизованной среде. Представленные результаты помогут более точно описать процесс формирования пылевых кристаллов в пылевой плазме для различных параметров пылевой плазмы. Полученные зависимости основных характеристик вейка (его величины и положения) от параметров пылевой плазмы позволяют более точно учесть то влияние, которое пылевые частицы оказывают друг на друга через возмущения в окружающей плазме. Разработанная в данной работе модель послужит фундаментом для трёхмерной модели, которая опишет взаимодействия пылевых частиц в пылевых кристаллах и цепочках.

Результаты представленного исследования помогут описать процесс зарядки поверхности космических летательных аппаратов: спутников, шатлов и космических станций. Является хорошо известным фактом, что появление заряда на поверхности космических аппаратов может вызвать помехи в работе навигационного и измерительного оборудования, используемого в научных целях. Результаты данной работы представляют интерес для создания установок плазменного напыления, разработки плазменных генераторов, оптимизации работы фильтровальных установок для промышленной очистки воздуха, а также для создания лекарственных препаратов с адресной доставкой в органы дыхательной системы и т.д.

На защиту выносятся:

1. Численная модель для итерационного расчёта на дебаевских масштабах самосогласованных распределений плотности ионов и потенциала вблизи одиночных пылевых частиц в слабоионизованной плазме с внешним электростатическим полем при учёте резонансной перезарядки ионов с нейтральными атомами. Аналогичная модель для цепочки сферических пылевых частиц.
2. Формирование вейка за пылевой частицей микронного размера в численном моделировании ее обтекания слабоионизованной плазмой. Признаками вейка являются возникновение ионной фокусировки и локального максимума в потенциале с появлением ненулевого дипольного момента в системе пылевая частица – плазма.
3. Эмпирическая зависимость, которая аппроксимирует результаты численного моделирования, представляющая зависимости параметров вейка, величины и положения его локального максимума, от напряжённости внешнего электростатического поля, средней длины свободного пробега процесса резонансной перезарядки ионов с нейтральными атомами и электрической ёмкости пылевой частицы.

4. Эмпирическая зависимость, которая аппроксимирует результаты численного моделирования, представляющая зависимости суммарного заряда окружающей плазмы и дипольного момента системы «пылевая частица – ионное облако» от напряжённости внешнего электростатического поля, средней длины свободного пробега процесса резонансной перезарядки ионов с нейтральными атомами и электрической ёмкости пылевой частицы.

Личный вклад автора

Основные научные результаты, включённые в диссертацию и выносимые автором на защиту, получены соискателем лично. Автором создана представленная в данной работе численная модель. Автором проведён анализ и интерпретация полученных численных данных, сформулированы заключения, послужившие основой выводов диссертации. На основе полученных результатов, автором данной работы подготавливались выступления на конференциях и публикации в рейтинговых журналах.

Аппробация работы

Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на следующих конференциях: 4th International Conference on the Physics of Dusty Plasma and Burning Plasmas. Odessa, Ukraine. August 25-29, 2013; 17th International Congress on Plasma Physics, Lisbon, Portugal, September 15-19, 2014; 15th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas. Almaty, August 30 – September 4, 2015; 9-ой международной научной конференции «современные достижения физики и фундаментальное физическое образование». 12-14 Октября 2016. Алматы. Казахский национальный Университет им. Аль Фараби, Казахстан; РК-4 Symposium November 2016. German Aerospace Center (DLR) Oberpfaffenhofen; 8th International Conference on the Physics of Dusty Plasma. May 20-25, 2017, Prague, Czech Republic; Всероссийская конференция «XXXIV Сибирский теплофизический семинар» Новосибирск, 27-30 августа 2018 г.; 16th International Conference on the Physics of Non-Ideal Plasmas/ September 24-28, 2018. Saint-Malo, France; 24th International Symposium on Plasma Chemistry. Naples (Italy). June 9-14 2019.

Публикации

По теме диссертации опубликовано 9 статей в журналах из перечня ВАК, 9 из которых входят в международные реферативные базы данных и системы цитирования.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ НАУЧНО-КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

Литературный обзор.

Объект исследования данной работы - пылевая плазма. Пылевая плазма - это ионизованный газ, в котором оказались микронные частички твёрдого вещества, которые могут состоять как из проводящего материала, так и являться диэлектриками [1,2]. Когда такие частички попадают в ионизованный газ, они приобретают большой по величине электрический заряд [3]. При размерах порядка микрона, заряд пылевых частиц может составлять десятки тысяч зарядов электронов. Впервые пылевую плазму в лабораторных условиях получил Ленгмюр [4]. Позднее, при астрономических наблюдениях, обнаружилось, что пылевая плазма невероятно широко распространена в космосе. Она обнаруживает себя в космических газовых скоплениях [5], хвостах комет [6], вблизи искусственных спутников и космических аппаратов. В 1983 году обнаружилось, что из пылевой плазмы частично состоят планетарные кольца Сатурна [7].

Позднее пылевая плазма вновь обнаруживает себя в лабораторных условиях [8,9], где становится источником проблем в промышленных процессах плазменной обработки поверхностей. В 1994-ом году было экспериментально показано, что плазма высокочастотного разряда – оптимальная среда для роста пылевых частиц [10].

Характерная особенность пылевой плазмы - возможность наблюдать за отдельными пылевыми частицами невооружённым глазом. В 1994-ом году четырьмя независимыми научными группами было продемонстрировано образование пылевых кристаллов в газовом разряде [10,11]. Оно объяснялось сильным взаимодействием сильнозаряженных пылевых частиц, из-за которого стало возможным образование в стратах структур, схожих по своим свойствам с кристаллами и жидкостями. Вскоре было обнаружено, что, при изменении параметров разряда, давления газа и количества пылевых частиц, можно пронаблюдать фазовые переходы между агрегатными состояниями кристаллов пылевых частиц [12]. Таким образом, пылевая плазма, позволяет наблюдать процессы, которые обычно происходят на молекулярном уровне в газе, жидкости или твёрдом теле [13].

К изучению пылевой плазмы существуют два подхода: микроскопический и макроскопический. Макроскопический подход рассматривает: фазовые переходы [14], термодинамические и транспортные свойства, волновые эффекты [15] и различные коллективные взаимодействия [16] в пылевых кристаллах. Микроскопический подход рассматривает эффекты, связанные с взаимодействием газоразрядной плазмы с одной или несколькими пылевыми частицами. Один из самых значительных эффектов,

возникающих вблизи изолированной пылевой частицы: фокусировка ионов в области за пылевой частицей. Из-за ионной фокусировки потенциал вблизи пылевой частицы искажается и вниз по потоку за частицей пыли образуется осциллирующая структура, которая именуется «вейком» (wake) [17]. Общепринято, что именно вейк - причина формирования пылевых кристаллов [18].

Исторически, для изучения вейка, формирующегося вблизи изолированных пылевых частиц, используют подходы: «частицы-в-ячейке (Particle-In-Cell «PIC»)) и метод «Линейного Отклика» (Linear Response «LR»). Рассмотрим эти подходы подробнее.

Метод «Частиц-В-Ячейке». Методика PIC состоит в том, что траектории электронов и ионов рассчитываются из уравнений Ньютона, в которых кулоновские взаимодействия учтены лишь в некоторой области [19]. Обычно, эта область ограничена несколькими электронными длинами Дебая. Цель PIC - самосогласованное определение пространственных распределений ионов и электронов вокруг пылевой частицы. Отношение масс пылевых частиц, ионов и электронов очень велико, поэтому, если для расчёта траекторий ионов и электронов выбирать временной масштаб, соответствующий массе электронов, то ионы в таком вычислении окажутся бездвигательными [20,21].

С проблемами временного масштаба в PIC борются двумя способами:

1. Исключением временного масштаба пылевых частиц.
2. Нормировкой ионной массы.

Указанные приближения позволяют сократить время расчёта самосогласованных распределений, однако этого всё ещё оказывается недостаточно. Для упрощения вычислений используется вычислительная сетка, которая позволяет значительно ускорить расчёт. Для того, чтобы достичь ускорения, суммарный заряд ионов и электронов, которые расположены внутри ячеек, приписывается узлам вычислительной сетки.

Общий алгоритм определения самосогласованных пространственных распределений плотности объёмного заряда и потенциала в PIC [19], следующий:

1. В случайное место системы помещается n электронов и ионов.
2. Ионам и электронам присваиваются начальные скорости, таковые, что средняя скорость потока всех n частиц по выделенной оси равна v_d . где v_d – скорость дрейфа.
3. Для n частиц решается уравнение Ньютона.
4. Фиксируется расположение каждого иона и электрона относительно узлов вычислительной сетки. Для узлов сетки рассчитывается уравнение Пуассона.

5. Вновь решается уравнение Ньютона, при этом новый потенциал системы равен тому, что рассчитался в узлах сетки.

Основной недостаток данного метода - ускорение расчётов требует большого количества упрощений. В их число входят: линейное разложение уравнений Ньютона и Пуассона, расчёт бесстолкновительной плазмы, нормировка ионной массы. Прямое вычисление без подобных приближений оказывается гораздо более трудоёмким.

Метод «Линейного отклика». Пылевую плазму можно разделить на подсистемы, которые состоят из изолированных частиц пыли, взаимодействующих со средой через динамически экранированный кулоновский потенциал. Такой потенциал позволяет рассчитать то влияние, которое плазменные потоки оказывают на диэлектрический отклик в плазме. Функцию диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$ можно определить настолько сложной, насколько это возможно, чтобы модель динамического экранирования была способна описать любые эффекты, возникающие вблизи пылевых частиц. В число этих эффектов входит формирование вейка [22,23].

Если предположить, что плазменный отклик на частицу пыли линейный, то электрический потенциал можно рассчитать через Фурье-преобразование

$$U(r) = \int d^3k \frac{eZ_d}{2\pi^2 k^2 \varepsilon(\vec{k}, \vec{k} \cdot \vec{u}_i)} e^{i\vec{k}\vec{r}}; \quad (1)$$

Здесь Z_d – заряд пылевой частицы, u_i – скорость потока ионов, r – расстояние до пылевой частицы. Общий алгоритм метода линейного отклика сводится к итеративному расчёту уравнения (1), при заданной функции диэлектрической проницаемости $\varepsilon(\mathbf{k}, \omega)$.

Метод линейного отклика не лишён недостатков. Этот подход не способен рассчитать самосогласованный заряд пылевой частицы конечного размера. Несмотря на то, что этот метод обладает относительно малой вычислительной трудоёмкостью, максимум развития этого подхода – расчёт распределения потенциала вблизи изолированных частиц пыли. Данный подход не пригоден к изучению распределения потенциала вблизи множества пылевых частиц, а также вблизи пылевых частиц несферической формы.

Таким образом существует необходимость в создании модели, которая обладала бы большей скоростью вычислений, при этом избегала бы радикальных упрощений, что позволит с большей точностью проводить исследования как изолированных пылевых частиц, так и пылевых кластеров.

Изолированная сферическая пылевая частица.

Определение самосогласованного пространственного распределения потенциала вблизи изолированной пылевой частицы, обтекаемой потоком плазмы – задача трудоёмкая.

Для получения полного самосогласованного решения задачи, необходимо определить функцию распределения ионов и электронов, исходя из системы уравнений Больцмана-Пуассона. В целях решения этой системы, часто рассчитываются траектории ионов и электронов, которые являются её характеристиками. В представленной ниже модели действует предположение, что пространственное распределение плотности электронов в расчётной области удовлетворяют распределению Больцмана. В этом случае, система уравнений сводится к виду:

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + \vec{v} \frac{\partial f_i}{\partial \vec{r}} + \frac{\vec{E}}{m_i} \frac{\partial f_i}{\partial \vec{v}} = \left(\frac{df_i}{dt} \right)_{coll},$$

$$\Delta U(\vec{r}) = -4\pi en(\vec{r}). \quad (2)$$

Для решения (2) была разработана численная модель, которая предназначена для расчёта самосогласованного пространственного распределения потенциала, через определение ионных траекторий.

Геометрия расчетной области была выбрана в виде куба, с непроницаемой сферой радиуса $r_0 \ll \lambda_i$ в центре. В кубе присутствует внешнее электростатическое поле E , направленное по оси z . Геометрия системы предполагает, что к граням куба, примыкают такие же кубы, с непроницаемой сферой в центре каждого из них, а потому для потенциала

выбрано граничное условие: $\left. \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial x} \right|_{x=L,-L} = \left. \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial y} \right|_{y=L,-L} = \left. \frac{\partial U(\vec{r})}{\partial z} \right|_{z=L,-L} = C,$

где постоянная C была выбрана равной нулю.

В начале вычислений генерировался один ион, координаты и компоненты скоростей которого задавались случайно. Скорости иона задавались таким образом, чтобы их величины подчинялись распределению Максвелла для температуры ионов равной $T_i = 300\text{K}$. Чтобы рассчитать траекторию иона, были использованы уравнения движения Ньютона. Во время этого движения данный ион мог:

- 1) упасть на пылевую частицу ($r \leq r_0$),
- 2) вылететь за пределы вычислительной области ($|x/y/z| > L$),
- 3) столкнуться с нейтральным атомом.

В первом случае генерировался новый ион со случайным положением и скоростями.

Во втором случае, ион переносился по координатной оси в противоположный край кубической области:

В третьем случае моделировался процесс столкновения иона с нейтральным атомом. В данной работе рассматривается два типа взаимодействий. Первый тип - процесс резонансной перезарядки с сечением σ_{res} . При перезарядке генерировался новый ион, положение которого не

изменялись, а значения компонент скорости переопределялись согласно распределению Максвелла. Время между столкновениями определялось средней длиной свободного пробега l_i – одним из основных параметров данной задачи.

Второй тип - ион-нейтральные упругие столкновения с сечением σ_{el} . При упругих столкновениях, скорости иона изменялись следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{V}_{ц.м.} &= \frac{\vec{v}_n + \vec{u}}{2}, & \vec{v}_{n,ц.м.} &= \vec{v}_n - \vec{V}_{ц.м.}, \\ \vec{v}_{n+1,ц.м.} &= |\vec{v}_{n,ц.м.}| \vec{n}, & \vec{v}_{n+1} &= \vec{v}_{n+1,ц.м.} + \vec{V}_{ц.м.}. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь $\vec{V}_{ц.м.}$ – скорость центра масс, \vec{u} - скорость нейтрального атома, \vec{n} - случайно направленный вектор единичной длины.

В качестве апробации, был проведён расчёт зависимости дрейфовой скорости ионов от напряжённости внешнего электростатического поля для разных типов взаимодействий, для однозарядной плазмы Ag^+ . Результаты расчёта представлены на Рисунке 1:

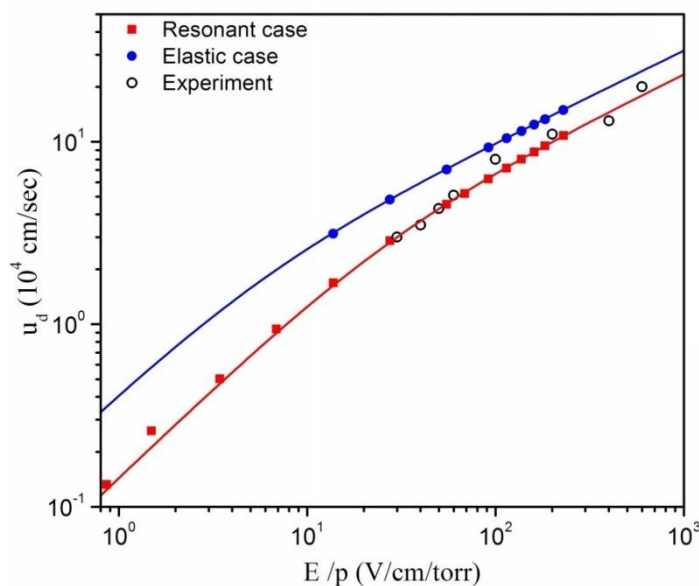


Рисунок 1. Зависимость дрейфовой скорости иона от приведённого внешнего электростатического поля в сравнении с результатами эксперимента, для Ag^+ [24].

При учёте только резонансной перезарядки, зависимость совпадает с результатами эксперимента. Данные, представленные на Рисунке 1, были опубликованы в работе [25].

Выбранная в форме куба вычислительная область была разделена на ячейки (i,j) по радиусу и азимутальному углу по закону:

$V_{i,j} = 2\pi r_i^2 \Delta r_i \sin \theta_j \Delta \theta_j$. Здесь i - порядковый номер, отвечающий за деление по радиусу, j - порядковый номер, отвечающий за деление по углу. Время $T_{i,j}$, которое наблюдаемый ион провёл в сегменте пространства (i,j) , записывается

в массив, отвечающий данному сегменту $n_i(i, j) = n_i(i, j) + \frac{T_{i,j}}{V_{i,j}}$.

Накопленное время прямо пропорционально ионной плотности $n_i(i, j) = A n_i(r, \theta, \varphi)$. Коэффициент пропорциональности определяется из условия того, что пространственное распределение плотности ионов на границе вычислительной области совпадало с плотностью ионов в невозмущённой плазме n_∞ .

Расчёт самосогласованных пространственных распределений в численной модели проводится с использованием безразмерных переменных, в которых безразмерный заряд пылевой частицы \tilde{Q} и безразмерная напряжённость внешнего электростатического поля \tilde{E} задаются выражениями:

$$\tilde{Q} = \frac{e^2 Z_d}{\lambda_i k T_i}, \quad \tilde{E} = \frac{e E \lambda_i}{k T_i}. \quad (4)$$

Начальный потенциал системы задавался как суперпозиция потенциалов Дебая-Хюккеля и внешнего электростатического поля:

$$U_{tot}(r, \theta) = U_0(r, \theta) - \tilde{E} r \cos \theta = -\frac{\tilde{Q}}{r} \exp(-r) - \tilde{E} r \cos \theta. \quad (5)$$

Из накопленного времени рассчитывалось пространственное распределение плотности объёмного заряда $n(r, \theta)$, а затем оно раскладывалось по полиномам Лежандра:

$$n(r, \theta) = \frac{n_i(r, \theta) - n_e(r, \theta)}{n_\infty} = \sum_{k=0} n_k(r) P_k(\cos \theta), \quad (6)$$

$$n_k(r) = \frac{2k+1}{2} \int_0^\pi n(r, \theta) P_k(\cos \theta) \sin \theta d\theta.$$

Здесь $n_e(r, \theta) = n_\infty \exp(-eU(r, \theta)/kT_e)$.

Первые два члена разложения пространственного распределения плотности объёмного заряда особенно важны. Нулевой, изотропный член разложения $n_0(r)$ определяет полный заряд окружающей плазмы \tilde{Q}_{pl} вокруг пылевой частицы заряда \tilde{Q} через интеграл:

$$\tilde{Q}_{pl} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\pi n(r, \theta) r^2 \sin \theta d\theta dr = \int_0^\infty n_0(r) r^2 dr. \quad (7)$$

Первый анизотропный член разложения $n_l(r)$ определяет дипольный момент системы через интеграл:

$$\tilde{P}_{pl} = \frac{1}{2} \int_0^\infty \int_0^\pi n(r, \theta) r^3 \cos \theta \sin \theta d\theta dr = \frac{1}{3} \int_0^\infty n_1(r) r^3 dr. \quad (8)$$

Из разложения (6) определялось самосогласованное пространственное распределение потенциала:

$$\begin{aligned} U_{tot}(r, \theta) = U(r, \theta) - \tilde{E}r \cos \theta = -\frac{\tilde{Q}}{r} + \sum_{k=0} U_k(r) P_k(\cos \theta) - \tilde{E}r \cos \theta = \\ -\frac{\tilde{Q}}{r} + \sum_k \frac{1}{2k+1} \left[\frac{1}{r^{k+1}} \int_{r_0}^r n_k(r) x^{k+2} dx + r^k \int_r^\infty n_k(r) x^{1-k} dx \right] P_k(\cos \theta) - \\ - \tilde{E}r \cos \theta. \end{aligned} \quad (9)$$

Заряд пылевой частицы определяется из условия равенства потоков ионов и электронов, которые падают на пылевую частицу:

$$\tilde{Q}_{(n+1)} = \tilde{Q}_{(n)} - h \frac{(I_i - I_e)}{n_\infty V_{syst}}. \quad (10)$$

Здесь h – коэффициент, выбранный эмпирически так, чтобы итеративный процесс расчёта заряда (10) сходил.

Общая итеративная схема расчёта самосогласованного пространственного распределения потенциала следующая:

1) Производится поочерёдный расчёт траекторий ионов уравнением для потенциала (5).

2) Из этих траекторий рассчитывается, какое количество времени каждый ион пробыл в каждом сегменте пространства.

3) Определяется пространственное распределение плотности объёмного заряда $n(r, \theta)$, а затем производится расчёт гармоник $n_k(r)$ из (6).

4) Из (10), корректируется заряд пылевой частицы.

5) Из (9) производится расчёт пространственного распределения потенциала $U(r, \theta)$.

6) Итеративная схема переходит к шагу первому.

Алгоритм повторялся до тех пор, пока всякое дальнейшее изменение в пространственных распределениях плазмы можно бы было охарактеризовать как флуктуацию.

Результаты численного моделирования, представленные далее, получены для однозарядной низкотемпературной плазмы благородного газа аргона Ar. Температура электронов $T_e = 3 \text{ eV}$, соотношение температур ионов и электронов $\tau = T_e/T_i = 100$. Ионная длина Дебая $\lambda_i = 0.01 \text{ см}$. Радиусы пылевых частиц $r_0/\lambda_i \sim 0.01$. Плотность ионов невозмущённой плазмы $n_\infty \approx 10^8 \text{ см}^{-3}$. Плотность нейтрального газа $n_g \approx 10^{16} \text{ см}^{-3}$.

На Рисунке 2 представлена зависимость заряда пылевой частицы от средней длины свободного пробега l_i процесса резонансной перезарядки. В целях удобства, заряд пылевой частицы представлено в форме $\tilde{z} = \frac{e^2 Z_d}{r_0 k T_e}$.

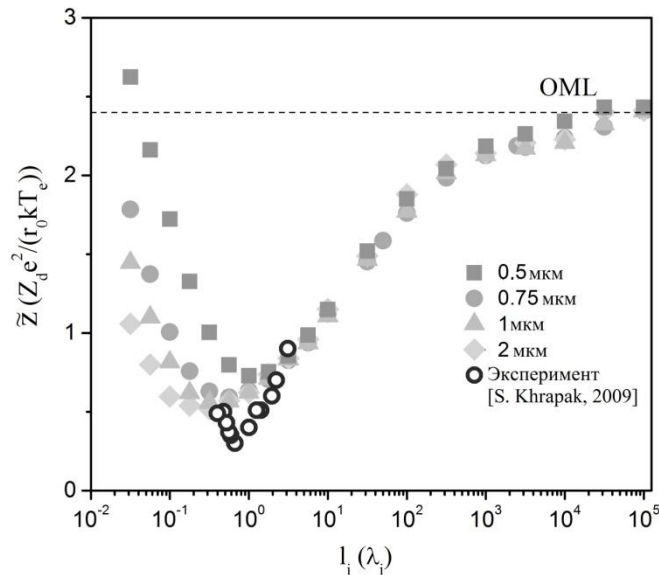


Рисунок 2. Зависимость заряда пылевой частицы \tilde{z} от средней длины свободного пробега l_i для различных радиусов r_0 пылевой частицы.

Вид полученной зависимости полностью повторяет вид зависимости, определённой аналитически в [26]. В случае $l_i \rightarrow \infty$, значение $\tilde{z} \sim 2.4$, что совпадает со значением приближения OML [27,28]. На Рисунке 2 видно появление минимума в интервале $l_i = 0.3 - 2\lambda_i$. Величина заряда \tilde{z} в этом интервале хорошо согласуется с экспериментальными данными [29]. Данные, представленные на этой зависимости, были опубликованы в работах [30-32].

Пространственное распределение $n(r, \theta)$ раскладывалось по полиномам Лежандра $n_k(r)$. Самые важные из этих членов $n_0(r)$ и $n_1(r)$. На Рисунке 3

представлены гармоники $n_0(r)r^2$ и $n_1(r)r^3$, для различных значений внешнего электростатического поля \tilde{E} .

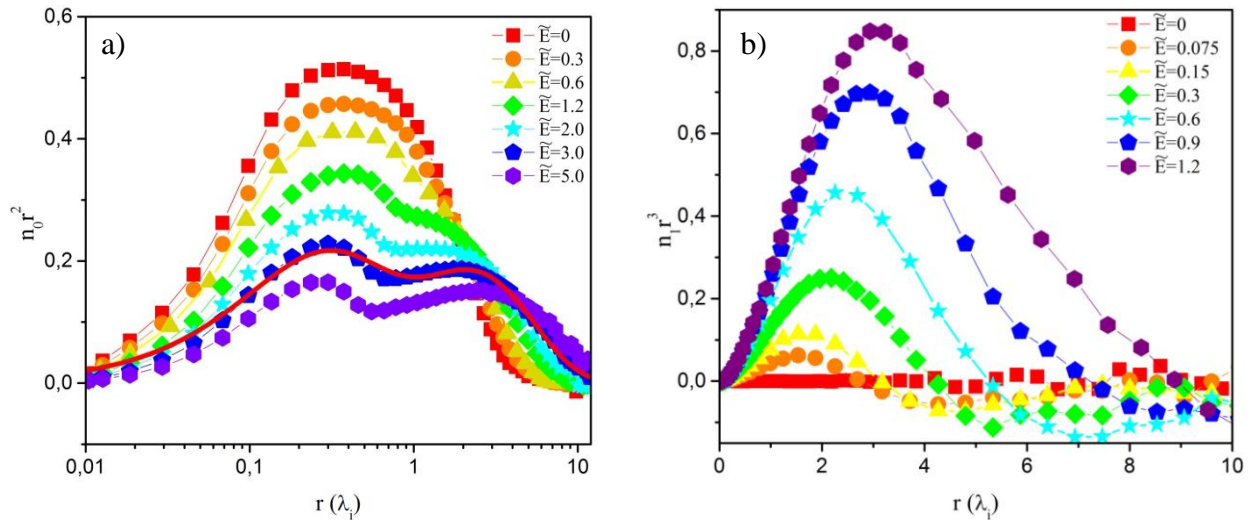


Рисунок 3. Функции а) $n_0(r)r^2$ и б) $n_1(r)r^3$ при $l_i = 5 \lambda_i$, $r_0 = 1$ мкм, для различных значений внешнего электростатического поля \tilde{E} .

Для малых \tilde{E} , у $n_0(r)r^2$ наблюдается один максимум на расстоянии $r \approx 0.3 - 0.5 \lambda_i$ от пылевой частицы. Увеличение \tilde{E} , приводит к появлению второго максимума на расстоянии $r \approx 3 - 4 \lambda_i$. Двугорбую $n_0(r)r^2$, можно аппроксимировать суперпозицией двух функций Дебая. Гармоника $n_1(r)$ растёт линейно с ростом \tilde{E} . Первый максимум функции $n_1(r)r^3$ располагается на том же расстоянии от пылевой частицы, что и второй максимум в функции $n_0(r)r^2$. Величина максимума $n_1(r)r^3$ растёт с ростом \tilde{E} линейно. С увеличением \tilde{E} , в $n_1(r)r^3$ появляется локальный минимум $r > 4 \lambda_i$. Данные, представленные на Рисунке 3, были опубликованы в работе [30].

На Рисунке 4 представлены $n_0(r)r^2$ и $n_1(r)r^3$ для различных r_0 и \tilde{E} , при $l_i = 5 \lambda_i$. Из Рисунка 4 а) видно, что r_0 не влияет на форму $n_0(r)r^2/r_0$, при $r > 0.3 \lambda_i$. Из Рисунка 4 б) видно, что экстремумы распределений $n_1(r)r^3/r_0$ не совпадают. Это показывает, что нормировка на r_0 не позволяет получить одно самосогласованное пространственное распределение плотности объёмного заряда из другого. Данные, представленные на Рисунке 4, были опубликованы в работе [33].

На Рисунке 5 представлены $n_0(r)r^2$ и $n_1(r)r^3$, для различных l_i и \tilde{E} , при $r_0 = 1$ мкм. На Рисунке 5 а) показано, что, при увеличении l_i , экстремумы $n_0(r)r^2$ растут. Это является следствием роста \tilde{Q} с ростом l_i . На Рисунке 5 б) видно, что, чем реже происходят столкновения ионов с нейтральными, тем больше становится вейк, Данные, представленные на Рисунке 5, были опубликованы в работе [32].

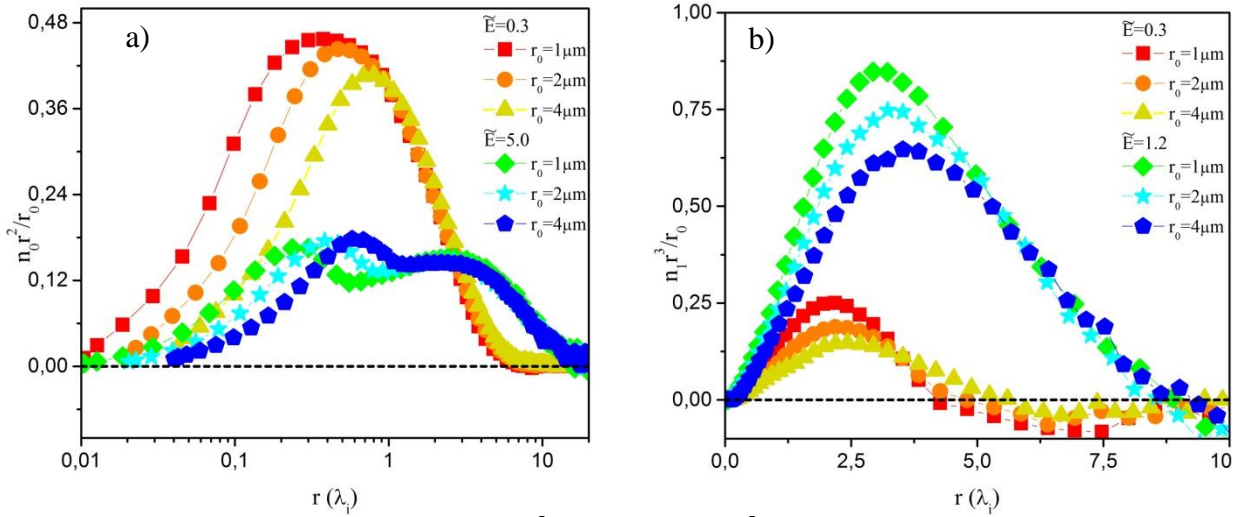


Рисунок 4. Функции а) $n_0(r)r^2/r_0$ и б) $n_1(r)r^3/r_0$, при $l_i = 5 \lambda_i$, для различных значений внешнего электростатического поля \tilde{E} и радиуса пылевой частицы r_0 .

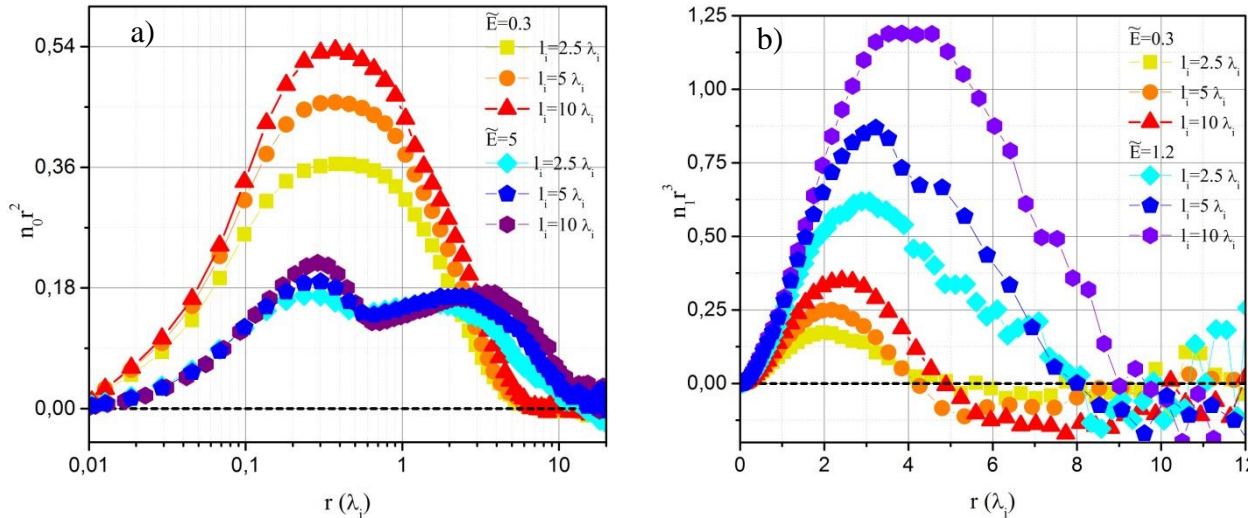


Рисунок 5. Функции а) $n_0(r)r^2$ и б) $n_1(r)r^3$, при $r_0 = 1 \text{ мкм}$, для различных значений средней длины свободного пробега ионов l_i и внешнего электростатического поля \tilde{E} .

Пространственное распределение потенциала. На Рисунке 6. изображён $U(\rho=0, z)$, для различных \tilde{E} , при $l_i = 5 \lambda_i$, $r_0 = 1 \text{ мкм}$. При увеличении \tilde{E} , справа от пылевой частицы появляется локальный максимум на расстоянии $z \approx 4 \lambda_i$. При малых \tilde{E} , максимум пространственного распределения потенциала $U_{max}(\rho_{max}, z_{max})$ растёт линейно с увеличением \tilde{E} . Данные, представленные на Рисунке 6, были опубликованы в работе [32].

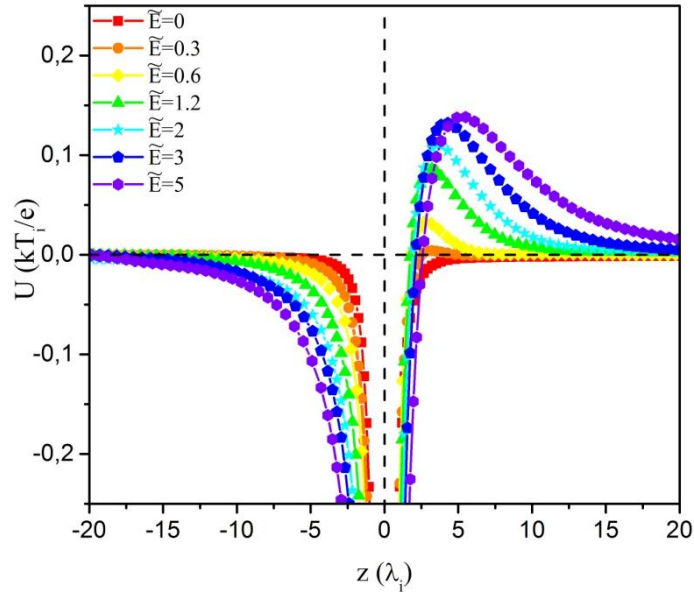


Рисунок 6. Пространственное распределение потенциала $U(\rho=0, z)$, при $l_i = 5 \lambda_i$, $r_0 = 1 \text{ мкм}$ и для различных \tilde{E} .

На Рисунке 7 изображён $U(\rho=0, z)/r_0$, рассчитанный для различных r_0 и \tilde{E} , при $l_i = 5 \lambda_i$. Из Рисунка 7 видно, что $U(\rho=0, z)/r_0$, измеренные для различных r_0 , совпадают друг с другом везде, кроме области, где сформирован вейк. Данные, представленные на Рисунке 7, были опубликованы в работе [33].

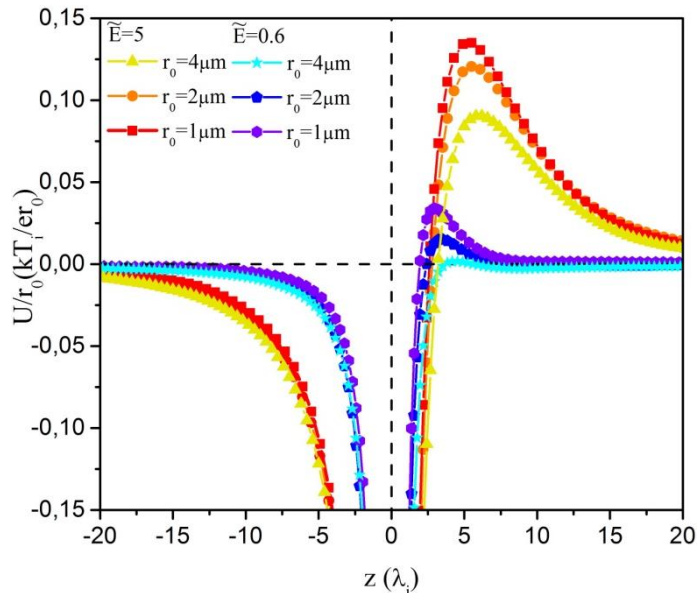


Рисунок 7. Пространственное распределение потенциала $U(\rho=0, z)/r_0$, для различных r_0 , при $\tilde{E} = 0.6$ и 5 , для $l_i = 5 \lambda_i$.

На Рисунке 8 изображён $U(\rho=0, z)$, рассчитанный для различных l_i и \tilde{E} , при $r_0 = 1 \text{ мкм}$. Из Рисунка 8. видно, что локальный максимум U_{max} растёт с увеличением l_i . Такое увеличение вызвано усилением эффекта ионной

фокусировки. Данные, представленные на Рисунке 8, были опубликованы в работе [32].

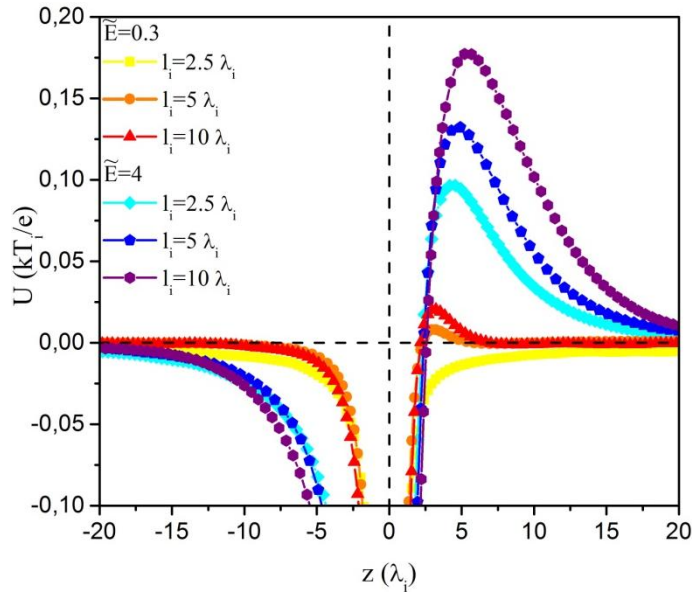


Рисунок 8. Пространственное распределение потенциала $U(\rho=0, z)$, для различных l_i для \tilde{E} , при $r_0 = 1$ мкм.

Далее стоит провести сравнение полученных результатов с работой [34], где были рассмотрены зависимости характеристик вейка от скорости плазменного потока, рассчитанные методами PIC и LR. В LR [34], заряд пылевой частицы был выбран $Q_{d,LR} = -10^4 e_0$, а в PIC, он рассчитывался самосогласованно и оказался равным $Q_{d,PIC} = -10^5 e_0$. Результаты, рассчитанные представленной моделью, были нормированы на отношение зарядов пылевых частиц в данной работе и в работе [34].

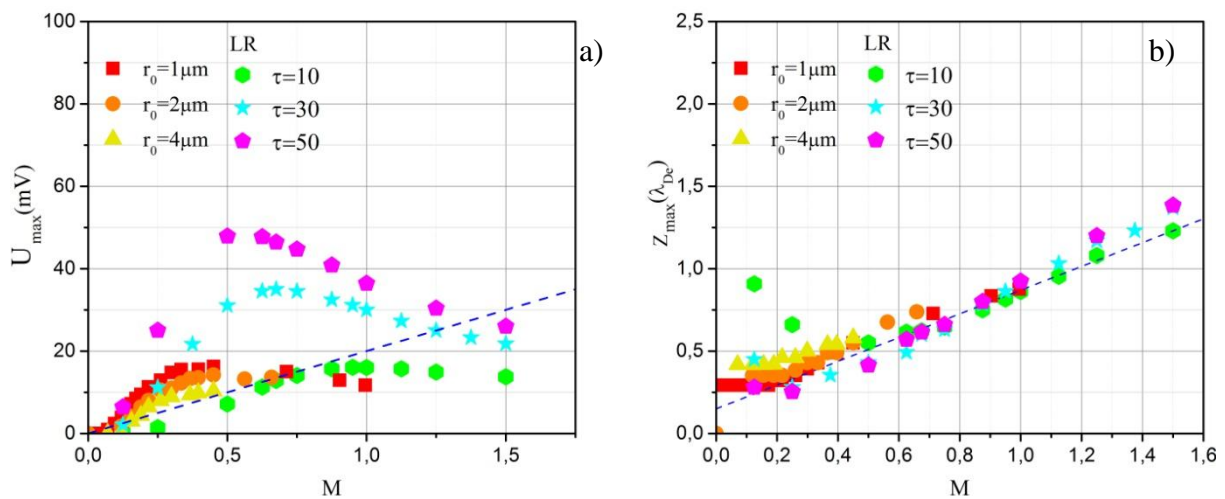


Рисунок 9. Зависимости а) U_{max} и б) Z_{max} от числа Маха, в сравнении с результатами расчёта LR [34], для различных r_0 , при $l_i = 5 \lambda_i$.

На Рисунке 9 представлены зависимости величины максимума вейка U_{max} и расстояния от максимума вейка до пылевой частицы Z_{max} от дрейфовой скорости ионов, для различных r_0 . Дрейфовая скорость была представлена в виде числа Маха $M = u_i / c_s = u_i / \sqrt{kT_e / m_i}$. Из Рисунка 9 видно, что $Z_{max}(M)$, полученные двумя методами, совпадают, при этом $U_{max}(M)$, различаются, что обусловлено аналитической природой метода LR.

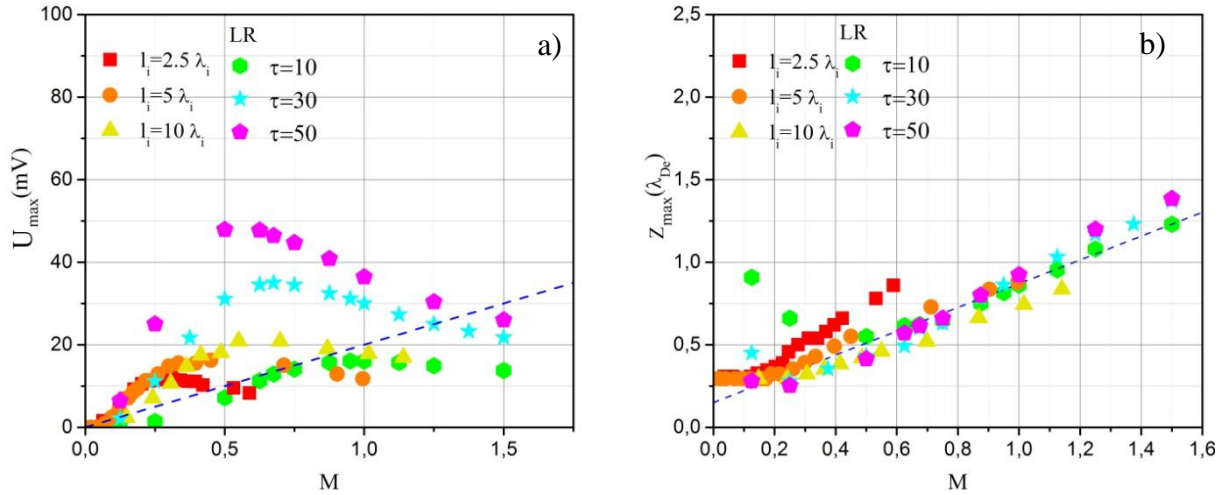


Рисунок 10. Зависимости а) U_{max} и б) Z_{max} от числа Маха, в сравнении с результатами расчёта LR [34], для различных l_i , при $r_0 = 1$ мкм.

На Рисунке 10 представлены $U_{max}(M)$ и $Z_{max}(M)$ для различных l_i . Зависимость $U_{max}(M)$ можно условно разделить на две области – область линейного роста и область насыщения. При достижении области насыщения, рост $U_{max}(M)$ останавливается. Чем меньше l_i , тем быстрее зависимость достигает области насыщения. Учёт резонансной перезарядки разрушает вейк.

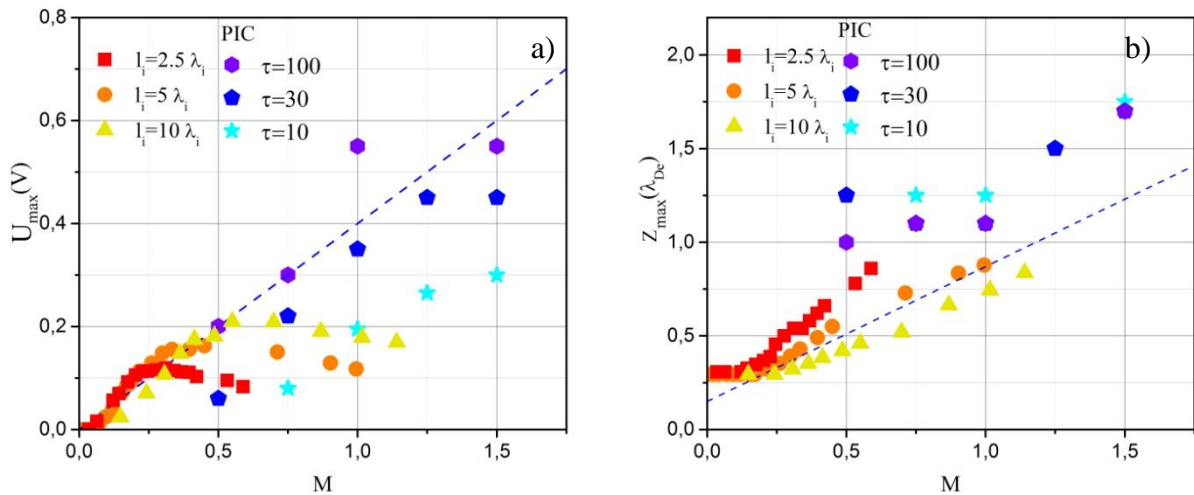


Рисунок 11. Зависимости а) U_{max} и б) Z_{max} от числа Маха, в сравнении с результатами расчёта PIC [34], для различных l_i , при $r_0 = 1$ мкм.

На Рисунке 11 представлены $U_{max}(M)$ и $Z_{max}(M)$ от дрейфовой скорости ионов, для различных r_0 . На Рисунке 11 приведено сравнение с зависимостями $U_{max}(M)$ и $Z_{max}(M)$ полученными в работе [34] методом PIC. В работе [34] столкновения ионов с нейтральными атомами не учитываются. Поэтому сравниваемые зависимости $U_{max}(M)$ находятся в разных диапазонах данных. Если провести аппроксимацию зависимости $U_{max}(M)$, полученной методом PIC для $\tau=100$, то, в диапазоне значений $M < 0.5$, эта аппроксимация будет совпадать с зависимостями $U_{max}(M)$, полученными вышеописанным методом. Данные, представленные на Рисунках 9, 10 и 11, были опубликованы в работах [30-33].

На Рисунке 12 представлена зависимость дипольного момента ионного облака $\tilde{P}_{pl}/(r_0\sqrt{l_i})$, от \tilde{E} , для различных l_i и r_0 . Эту зависимость можно условно разделить на область слабой и сильной анизотропии. При $\tilde{E} < 4$, зависимости $\tilde{P}_{pl}(\tilde{E})/(r_0\sqrt{l_i})$, полученные для разных l_i и r_0 , совпадают. В области $\tilde{E} > 4$ возникает расходимость. Данные, представленные на Рисунке 2.5.19., были опубликованы в работах [23,31-33].

Представленная на Рисунке 12 зависимость $\tilde{P}_{pl}(\tilde{E})/(r_0\sqrt{l_i})$ может быть аппроксимирована следующим образом:

$$\tilde{P}_{pl} = A_p r_0 \tilde{E} \sqrt{l_i} (1 + (\tilde{E}/B_p)^2)^{-\gamma}. \quad (11)$$

Здесь $A_p = 0.82 \pm 0.2$, $B_p = 7.0 \pm 0.2$, $\gamma = 0.75$ – коэффициенты, установленные эмпирически.

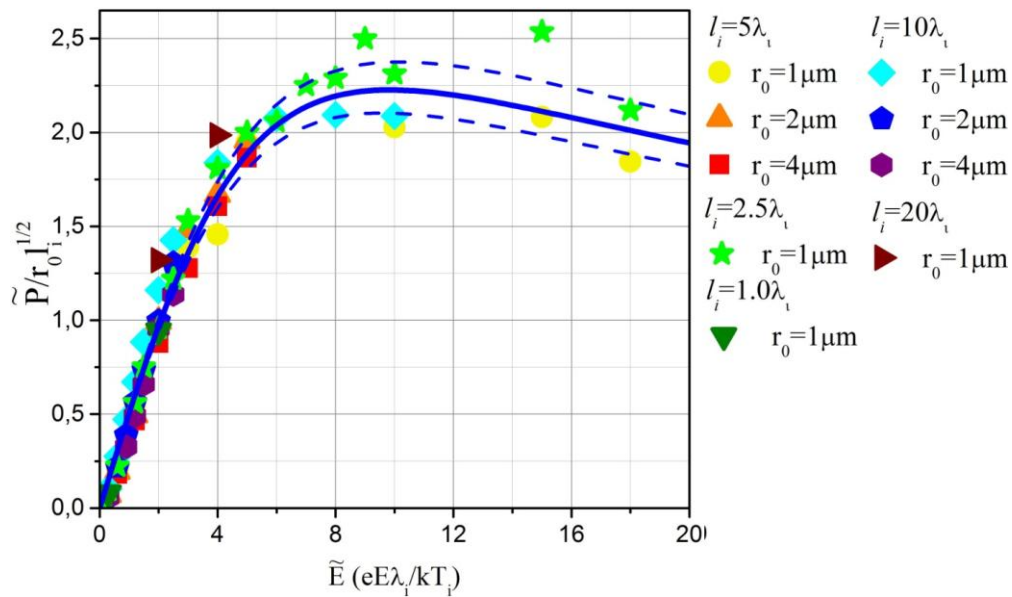


Рисунок 12. Зависимость $\tilde{P}_{pl}/(r_0\sqrt{l_i})$ от \tilde{E} , для различных l_i и r_0 .

На Рисунке 13 представлены зависимости $U_{\max}(\tilde{E})$ и $Z_{\max}(\tilde{E})$. Для U_{\max} проведена нормировка на $\sqrt{r_0 l_i}$.

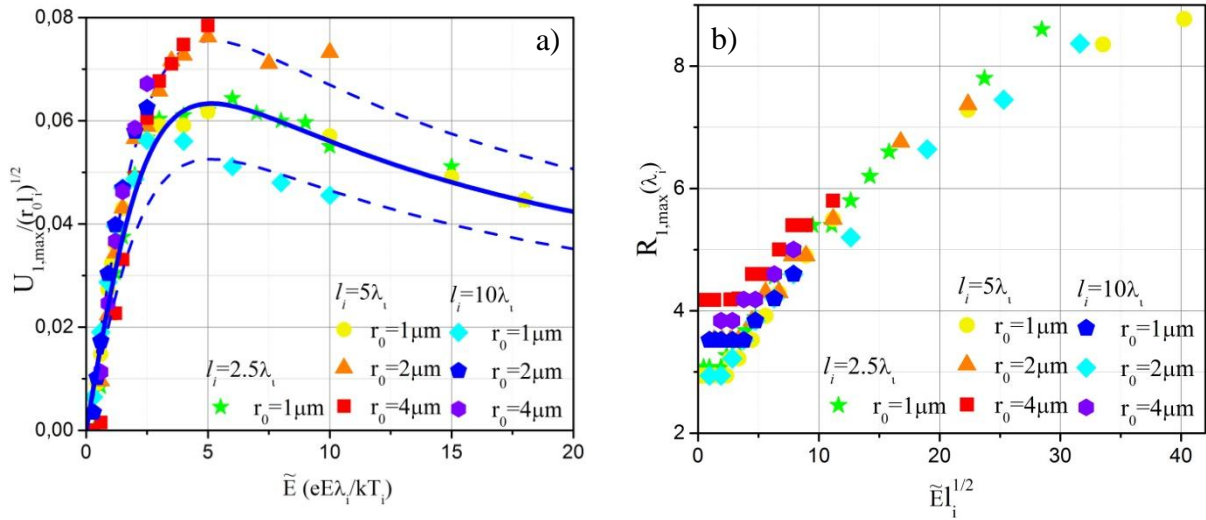


Рисунок 13. Зависимости а) $U_{\max}/(\sqrt{r_0 l_i})$ от \tilde{E} и б) Z_{\max} от $\tilde{E}\sqrt{l_i}$, для различных значений l_i и r_0 .

Из Рисунка 13 видно, что зависимости $U_{\max}(\tilde{E})/(\sqrt{r_0 l_i})$, рассчитанные для различных l_i и r_0 , с хорошей точностью совпадают, при $\tilde{E} < 4$. Зависимость $U_{\max}(\tilde{E})/(\sqrt{r_0 l_i})$ может быть аппроксимирована следующим образом:

$$U_{\max} = A_U \tilde{E} \sqrt{r_0 l_i} (1 + (\tilde{E} / B_U)^2)^{-\gamma}. \quad (12)$$

Здесь $A_U = 0.028 \pm 0.005$, $B_U = 0.35 \pm 0.2$, $\gamma = 0.75$ – коэффициенты, установленные эмпирически. Таким образом, выведены аппроксимации, которые позволяют оценить дипольный момент системы и параметры вейка для широкого интервала значений \tilde{E} , l_i и r_0 . Данные, представленные на Рисунке 13, были опубликованы в работах [25,31-33].

Изолированная несферическая пылевая частица.

В данной модели рассматривалось два вида несферических пылевых частиц: в форме сплюснутого и вытянутого эллипсоидов вращения. Первый тип назван дискообразной пылевой частицей, второй – эллипсоидальной. Эти пылевые частицы помещались в вычислительный куб таким образом, чтобы сохранялась цилиндрическая симметрия. Начальные потенциалы в данном модуле задавались формулами:

Для эллипсоидальной частицы:

$$U_{0,el}(\rho, z) = -\frac{\tilde{Q}}{\sqrt{c^2 - a^2}} \text{Arth} \sqrt{\frac{c^2 - a^2}{\xi + c^2}} \exp(-r) - \tilde{E}z. \quad (13)$$

Для дискообразной частицы:

$$U_{0,disk}(\rho, z) = -\frac{\tilde{Q}}{\sqrt{a^2 - c^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{\xi + c^2}} \exp(-r) - \tilde{E}z. \quad (14)$$

где c – полуось фигуры вращения, направленная вдоль оси z , a – полуось фигуры вращения, лежащая в плоскости xy .

Самосогласованные пространственные распределения потенциалов, в случае несферических частиц, определялись по формулам:

Для эллипсоидальной частицы:

$$U_{el}(\rho, z) = -\frac{\tilde{Q}}{\sqrt{c^2 - a^2}} \operatorname{Arth} \sqrt{\frac{c^2 - a^2}{\xi + c^2}} + \iiint_{V_{syst}} \frac{n(\rho', \varphi', z') \rho' d\rho' d\varphi' dz'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \tilde{E}z. \quad (15)$$

Для дискообразной частицы:

$$U_{disk}(\rho, z) = -\frac{\tilde{Q}}{\sqrt{a^2 - c^2}} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{a^2 - c^2}{\xi + c^2}} + \iiint_{V_{syst}} \frac{n(\rho', \varphi', z') \rho' d\rho' d\varphi' dz'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} - \tilde{E}z. \quad (16)$$

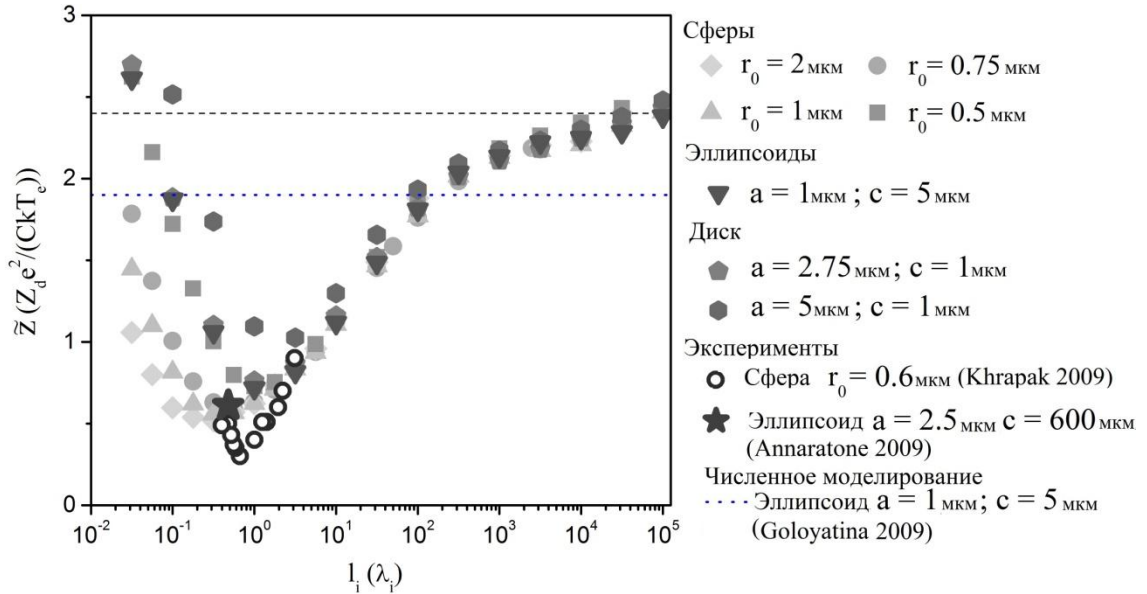


Рисунок 14. Зависимость $\tilde{z}(l_i)$ для пылевых частиц различной геометрии.

На Рисунке 14 представлена зависимость заряда пылевой частицы формы $\tilde{z} = \frac{e^2 Z_d}{CkT_e}$ от l_i , для пылевых частиц разных форм, где параметр C – электрическая ёмкость пылевой частицы. Для эллипсоидальной частицы

$C_{elips} = \frac{\sqrt{c^2 - a^2}}{\text{Arch}(c/a)}$ и $C_{disk} = \frac{\sqrt{a^2 - c^2}}{\arccos(c/a)}$ для дискообразной. На Рисунке 14

приведены сравнения с результатами численного моделирования, представленными в работе [36], и экспериментальными данными, полученными в работе [37]. Данные, представленные на Рисунке 14, были опубликованы в работе [38]. На данном рисунке показано, что, для $l_i > \lambda_i$, $\tilde{z}(l_i)$ определяется электрической ёмкостью пылевой частицы.

Зависимости параметров вейка $U_{max}(\tilde{E})$, $Z_{max}(\tilde{E})$, измеренные для пылевых частиц разной геометрии, представлены на Рисунке 15. Зависимость $U_{max}(\tilde{E})$ была нормирована на коэффициент \sqrt{C} . Полученные зависимости демонстрируют, что основным фактором, влияющим на величину и положение локального максимума, является ёмкость пылевой частицы. Это позволяет расширить описание (12):

$$U_{max} = A_U \tilde{E} \sqrt{Cl_i} (1 + (\tilde{E}/B_U)^2)^{-\gamma}. \quad (17)$$

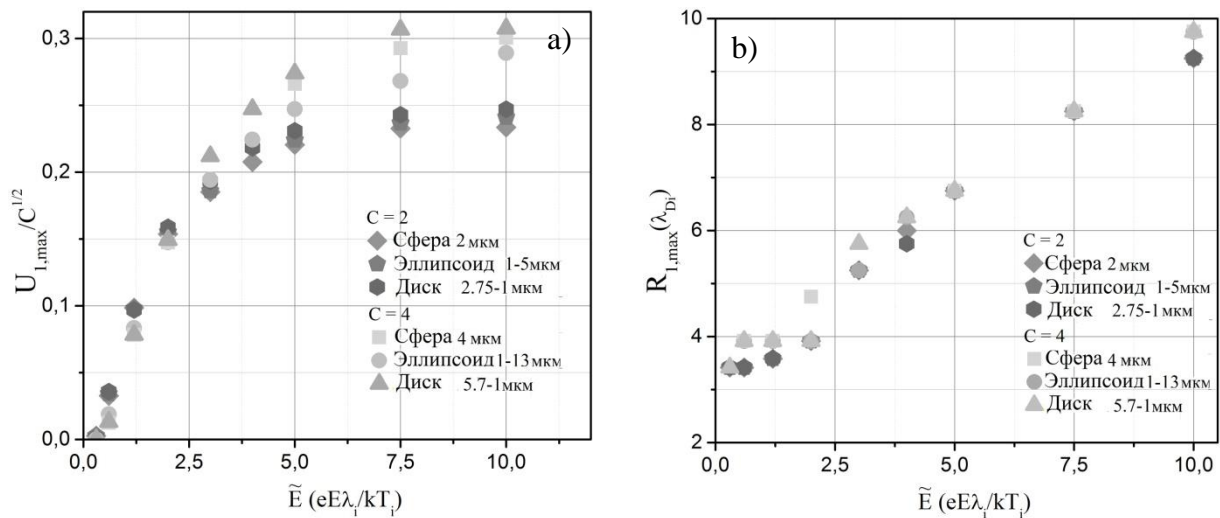


Рисунок 15. Сравнение зависимостей а) величины U_{max} и б) положения Z_{max} локального максимума потенциала от напряжённости внешнего поля \tilde{E} , рассчитанных для различных по геометрии пылевых частиц, при $l_i = 5 \lambda_i$.

На Рисунке 16. представлено сравнение зависимостей $\tilde{P}_{pl}(\tilde{E})$, измеренных для различных по геометрии пылевых частиц. Зависимости, представленные на Рисунке 16, нормированы на C . Рисунок 16 показывает, что зависимости $\tilde{P}_{pl}(\tilde{E})$, рассчитанные для пылевых частиц различной геометрии, совпадают. Это позволяет расширить описание (11):

$$\tilde{P}_{pl} = A_p C \tilde{E} \sqrt{l_i} (1 + (\tilde{E}/B_p)^2)^{-\gamma}. \quad (18)$$

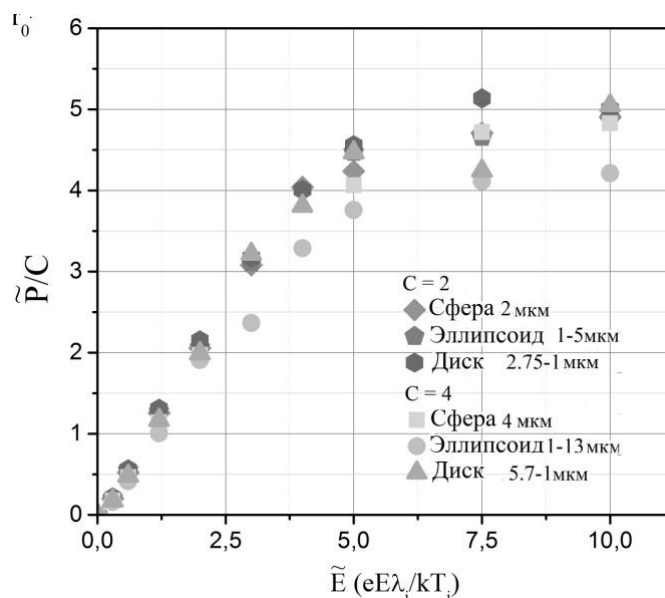


Рис. 9. Сравнение зависимостей $\tilde{\Phi}_{pl}(\tilde{E})/C$, рассчитанных для различных геометрий пылевых частиц, при $l_i = 5 \lambda_i$.

Таким образом, искажения, вызванные несферической геометрией пылевых частиц, оказывают несущественное влияние на самосогласованные пространственные распределения потенциала и плотности объёмного заряда плазмы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Разработана численная модель, которая позволяет итерационным путём рассчитывать самосогласованные пространственные распределения плотности ионов и потенциала вблизи микронных пылевых частиц различной геометрии, а также вблизи бесконечных цепочек пылевых частиц, которые находятся во внешнем электростатическом поле, для широкого спектра параметров плазмы.
2. С помощью численного моделирования получены аппроксимации для характеристик вейка, а также для дипольного момента системы «пылевая частица – облако ионов».
3. Впервые, с помощью численного моделирования, показано, что, в случае разреженной плазмы, зависимость заряда проводящей пылевой частицы от её геометрии определяется электрической ёмкостью пылевой частицы, когда её геометрия представляет собой эллипсоид вращения.
4. Впервые, с помощью численного моделирования показано, что, в случае разреженной плазмы, зависимости пространственных распределений потенциала и плотности объёмного заряда вблизи изолированной пылевой частицы, а также зависимости характеристик вейка, формирующегося вблизи

изолированной пылевой частицы, от геометрии пылевой частицы определяются электрической ёмкостью пылевой частицы, когда её геометрия представляет собой эллипсоид вращения.

Основные публикации по теме диссертации:

1. Sukhinin G. I., Salnikov M. V., and Fedoseev A. V. The effect of the type of ion–neutral collisions on ion cloud formation // AIP Conference Proceedings -2019 – V 1925 – Pp. 020029 (Из перечня ВАК)
2. Сухинин Г.И., Сальников М.В., Федосеев А.В. Вейки в пылевой плазме. сравнение численных методов // Прикладная механика и техническая физика. – 2018. – Т. 59. № 5 (351). – С. 59-69. (Из перечня ВАК)
3. Sukhinin G. I., Fedoseev A. V., Salnikov M. V., Rostom A., Vasiliev M. M., and Petrov O. F., Plasma anisotropy around a dust particle placed in an external electric field. // Phys. Rev. E – 2017 – V. 95 – Pp. 063207(Из перечня ВАК)
4. Sukhinin G.I., Fedoseev A.V., Salnikov M.V. Effect of ion mean free path length on plasma polarization behind a dust particle in an external electric field // Contributions to Plasma Physics. – 2019 – Pp. e201800152 (Из перечня ВАК)
5. Sukhinin G.I., Fedoseev A.V., and Salnikov M.V. Polarization of a Dust Particle and Surrounded Plasma in an External Electric Field. // Contrib. Plasma Phys – 2016 – V. 56, № 5, Pp. 397–402. (Из перечня ВАК)
6. Sukhinin G.I., Salnikov M.V., Fedoseev A.V., Rostom A. Plasma Polarization and Wake Formation Behind a Dust Particle in an External Electric Field // IEEE Transactions on Plasma Science – 2018 – V 46 – Pp. 749-754. (Из перечня ВАК)
7. Sukhinin G.I., Fedoseev A.V., Salnikov M.V. The influence of dust particle geometry on its charge and plasma potential // Contributions to Plasma Physics. – 2019 – Pp. e201800153 (Из перечня ВАК)
8. Salnikov M.V., Fedoseev A.V. and Sukhinin G.I. Plasma potential distribution around an infinite one-dimensional chain of dust particles // Journal of Physics Conference Series– 2019 – V. 1382 № 1 - Pp. 012169 (Из перечня ВАК)
9. Salnikov M.V., Fedoseev A.V. and Sukhinin G.I. Plasma potential around a single-dimensional dust particle chain placed in an external electric field // Journal of Physics Conference Series – 2019 – V. 1393 № 1 - Pp. 012022P (Из перечня ВАК)

Список литературы

1. Фортвов В.Е., Морфилл Г. О. Комплексная и пылевая плазма: из лаборатории в космос // Физматлит. - 2012.
2. Попель С. И. Лекции по физике пылевой плазмы // МФТИ. - 2012.
3. Ishihara O. Complex plasma: dusts in plasma // Journal of Physics D: Applied Physics. - 2007. – Т. 40. - №. 3. – С. 121-147.
4. Langmuir I., Fong C.G., Dittmer A.F A new type of electric discharge: the streamer discharge // Science. – 1924. – Т. 60. - №. 1557. – С. 392-396.
5. Spitzer L. Physical Processes in the Interstellar Medium // Willey. - 1978.
6. Hannes O. G. A. On the Origin of the Solar System // Clarendon Press. - 1954.
7. Morfill G. E., Goertz C. K. Plasma clouds in Saturn's rings // ICARUS. – 1983. – Т. 55. - №. 1. – С. 111-123.
8. Spears K. G., Robinson T. J.; Roth R. M. Particle Distributions and Laser-Particle Interactions in an RF Discharge of Silane // IEEE Transactions on Plasma Science. – 1986. – Т. 14. - №. 2. – С. 179-197.
9. Selwyn G. S., Singh J. and Bennett R. S. In situ laser diagnostic studies of plasma-generated particulate contamination // Journal of Vacuum Science & Technology A. – 1989. – Т. 7. - №. 4. – С. 2758-2765.
10. Selwyn G. S. Optical characterization of particle traps // Plasma Sources Science and Technology. – 1994. – Т. 3. - №. 3. – С. 340-347.
11. Melzer A., Trottenberg T., Piel A. Experimental determination of the charge on dust particles forming Coulomb lattice // Physics Letters A. – 1994. – Т. 191. - №. 3-4. – С. 301-308.
12. Ivlev A.V., Morfill G., Anisotropic dust lattice modes // Physical Review E. – 2000. – Т. 63. - №. 1. – С. 016409.
13. Fortov V. E., Ivlev A. V., Khrapak S. A., Khrapak A. G., Morfill G. E. Complex (dusty) plasmas: Current status, open issues, perspectives // Physics Reports. – 2005. – Т. 421. - №. 1-2. – С. 1-103.
14. Polyakov D. N., Shumova V. V., Vasilyak L. M. Phase transitions and transformation of dust structures in neon dc discharge at cryogenic temperature // Journal of Physics: Conference Series. – 2018. – Т. 1058. - №. 1. – С. 012029.
15. Syrovatka R., Medvedev Yu., Filinov V., Vasilyak L., Deputatova L., Vladimirov V., Pecherkin V. Solitary waves in a long structure of charged particles confined in the linear Paul trap // Physics Letters A. – 2019. – Т. 383. - №. 4. – С. 338-344.

16. Polyakov D., Shumova V., Vasilyak L. Coulomb Dust Spheres in a Glow Discharge in Neon at Cryogenic Temperatures // Plasma Physics Reports. – 2019. – Т. 45. - №. 4. – С. 414-419.
17. Svencs K. R., Trøim J. Laboratory simulation of vehicle-plasma interaction in low Earth orbit // Planetary and Space Science. – 1994. – Т. 42. - №. 1. – С. 81-94.
18. Hebner G. A. and Riley M. E. Structure of the ion wakefield in dusty plasmas // Physical Review E. – 2004. – Т. 69. - №. 2. – С. 026405.
19. Henning C., Baumgartner H., Piel A., Ludwig P., Golubnychiy V., Bonitz M., Block D. Ground state of a confined Yukawa plasma // Physical Review E. – 2006. – Т. 74. - №. 5. – С. 056403.
20. Miloch W. J., Kroll M., Block D., Charging and dynamics of a dust grain in the wake of another grain in flowing plasmas // Physics of Plasmas. – 2010. – Т. 18. - №. 10. – С. 103703
21. Matyash K., Schneider R., Ikkurthi R., Lewerentz L., Melzer A. P3M simulations of dusty plasmas // Plasma Physics and Controlled Fusion. – 2010. – Т. 52. - №. 12. – С. 124016.
22. Lampe M., Joyce G., Ganguli G., Gavrishchaka V. Interactions between dust grains in a dusty plasma // Physics of Plasmas. – 2000. – Т. 7. - №. 10. – С. 3851 - 3861.
23. Lampe M., Joyce G., Ganguli G. Structure and dynamics of dust in streaming plasma: dust molecules, strings, and Crystals // IEEE Transactions on Plasma Science. – 2005. – Т. 33. - №. 1. – С. 57-69
24. McDaniel W., Mason E. The mobility and diffusion of ions in gases // Wiley. - 1973.
25. Sukhinin G. I., Salnikov M. V., Fedoseev A. V., The effect of the type of ion–neutral collisions on ion cloud formation // AIP Conference Proceedings. – 2018. – Т. 1925. – С. 020029.
26. Hutchinson I. H., Ion collection by a sphere in a flowing plasma: I. Quasineutral // Plasma Physics and Controlled Fusion. - 2002. – Т. 44. - №. 9. – С. 1953-1977.
27. Фортов В.Е., Храпак А.Г., Храпак С.А., Молотков В.И., Петров О.Ф. Пылевая плазма // Успехи физических наук. – 2004. – Т. 174. - №. 5. – С. 495–544.
28. Allen J. E., Probe theory - the orbital motion approach // Physica Scripta. - 1992. – Т. 45. - №. 5. – С. 497 -503.
29. Khrapak S., Morfill G. Basic Processes in Complex (Dusty) Plasmas: Charging, Interactions, and Ion Drag Force // Contributions to Plasma Physics. - 2009. – Т. 49. - №. 3. – С. 148 -168.

30. Sukhinin G. I., Fedoseev A. V., Salnikov M. V., Rostom A., Vasiliev M. M., and Petrov O. F., Plasma anisotropy around a dust particle placed in an external electric field // *Physical Review E*. – 2017. – Т. 95. – С. 063207.
31. Сухинин Г.И., Сальников М.В., Федосеев А.В. Вейки в пылевой плазме. сравнение численных методов // *Прикладная механика и техническая физика*. – 2018. – Т. 59. - № 5 (351). – С. 59-69.
32. Sukhinin G. I., Fedoseev A. V., Salnikov M. V., Effect of ion mean free path length on plasma polarization behind a dust particle in an external electric field // *Contributions to Plasma Physics*. – 2019. – Т. 59. - № 4-5. – С. e201800152.
33. Sukhinin G. I., Fedoseev A. V., Salnikov M. V., Rostom A., Plasma polarization and wake formation behind a dust particle in an external electric field // *IEEE Transactions on Plasma Science*. – 2018. – Т. 46. - №. 4. – С. 749-754.
34. Patrick L., Miloch J. W., Hanno K., Bonitz M. On the wake structure in streaming complex plasmas // *New Journal of Physics*. – 2012. – Т. 14. - №. 5. – С. 053016.
35. Sukhinin G. I., Fedoseev A. V., Salnikov M. V., Polarization of a Dust Particle and Surrounded Plasma in an External Electric Field // *Contrib. Plasma Phys.* -2016. – Т. 56. - №. 5. – С. 397–402
36. Ishihara O., Vladimirov S. V., Cramer. N. F., Effect of a dipole moment on the wake potential of a dust grain in a flowing plasma // *Physical Review E*. – 2000. – Т. 61. - №. 6. – С. 7246—7248.
37. Annaratone B. M., Khrapak A. G., Morfill G. E. Peculiar Properties of Rodlike Particles Levitating in the Sheath of an RF // *IEEE Transactions on Plasma Science*. – 2009. – Т. 37. - №. 6. – С. 1110-1115.
38. Sukhinin G. I., Fedoseev A. V., Salnikov M. V., The influence of dust particle geometry on its charge and plasma potential // *Contributions to Plasma Physics*. – 2019. – Т. 59. - № 4-5. – С. e201800153 .